

Utilização de Modelos Hiperbólicos na Determinação de Parâmetros de Deformabilidade

Joaquim Araújo Costa Neto
Engenheiro Civil, Intertechne, Curitiba, Brasil, jacn@intertechne.com.br

Raphael Maia Soares
Engenheiro Civil, Curitiba, Brasil

Rafael Modesto
Engenheiro Civil, Intertechne, Curitiba, Brasil, rem@intertechne.com.br

Philippe de Moraes Stankevicius
Engenheiro Civil, Intertechne, Curitiba, Brasil, pms@intertechne.com.br

Pedro de Carvalho Tha
Engenheiro Civil, Intertechne, Curitiba, Brasil, pdct@intertechne.com.br

RESUMO: A utilização de modelagem numérica pode ser considerada como uma ferramenta essencial para entender o comportamento de obras geotécnicas. Os solos além de apresentar grande variabilidade natural dos seus parâmetros são materiais que, geralmente, apresentam comportamento elastoplástico o que acaba por dificultar a correta avaliação dos seus parâmetros de deformabilidade. Este trabalho descreve uma metodologia para a determinação dos parâmetros de deformabilidade de solos a partir de resultados de ensaios triaxiais visando realizar uma avaliação analítica utilizando o modelo proposto por Duncan-Chang ou uma avaliação numérica utilizando o modelo Hardening Soil implementado no Midas GTS NX comparando os resultados de ambos os métodos a ensaios de compressão triaxial em solos residuais do quadrilátero ferrífero.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Numérica, Modelo Hiperbólico, Parâmetros de Deformabilidade.

ABSTRACT: Numerical modeling can be considered as an essential tool for understanding the behavior of geotechnical works. Besides presenting great natural variability in their parameters, soils are materials that generally exhibit elastoplastic behavior, which ends up hindering the correct evaluation of their parameters of deformability. This paper describes a methodology for determining soil deformability parameters based on results from triaxial tests by comparing analytical solutions proposed by Duncan and Chang and a numerical evaluation with the Hardening Soil Model implemented on Midas GTS NX, comparing the results of both methods with triaxial tests on residual soils from the quadrilátero ferrífero.

KEYWORDS: Numerical Modeling, Hyperbolic Models, Deformability Parameters.

1 INTRODUÇÃO

A avaliação do comportamento de obras geotécnicas não é uma tarefa trivial. Para tanto, é necessário um robusto plano de instrumentação do empreendimento para verificar se as premissas determinadas na fase de projeto estejam de acordo com o comportamento real da estrutura. No entanto, é primordial tentar prever o comportamento destas estruturas por meio de análises sejam elas embasadas no histórico de outras obras ou a partir de análises numéricas.

A análise do histórico de obras com o objetivo de extrapolar seu comportamento é uma atividade extremamente necessária para garantir a segurança de novos empreendimentos. No entanto, com a facilidade de acesso a computadores mais robustos, o uso de análises numéricas tornou-se uma ferramenta essencial para estudar o comportamento atual de obras e avaliar o seu desempenho ao longo dos anos.

A avaliação computacional do comportamento associado a recalques de uma obra está condicionada, principalmente, pelos parâmetros de deformabilidade e modelos constitutivos escolhidos para a simulação. A definição destes parâmetros é função do tipo de material e da fidelidade do modelo numérico com o modelo físico. Materiais geotécnicos apresentam grande variabilidade natural dos seus parâmetros e são, geralmente, simulados utilizando modelos constitutivos mais complexos, o que torna a correta determinação dos parâmetros de simulação uma tarefa árdua.

Desta forma, este trabalho tem o objetivo de sugerir uma metodologia para a determinação de parâmetros de deformabilidade de solos a partir de ensaios de compressão triaxial, por meio de avaliações analítica e numérica com modelos constitutivos hiperbólicos.

2 MODELOS CONSTITUTIVOS HIPERBÓLICOS

Modelos constitutivos buscam representar, interpretar e prever o comportamento tensão vs. deformação de materiais embasados em equações matemáticas. A definição de qual modelo constitutivo utilizar é função do tipo de material e do que se espera dele quando submetido há algum tipo de deslocamento relativo, ou seja, quando há deformação do corpo em análise.

Em análises cujo o material em foco são solos, os modelos constitutivos que conseguem capturar com um certo grau de eficiência o comportamento deste materiais são os modelos constitutivos hiperbólicos. Estes modelos conseguem simular o comportamento não-linear de solos por meio da equação de uma hipérbole. Apesar de serem eficientes na definição do comportamento tensão vs. deformação de solos, é necessário uma extensa campanha de ensaios, principalmente, triaxiais para a correta definição dos parâmetros matemáticos do modelo.

Assim, a seguir serão apresentadas as bases teóricas dos modelos constitutivos hiperbólicos que serão utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

2.1 Modelo Duncan-Chang (DCM)

Duncan e Chang (1970) derivaram a equação da hipérbole para a determinação de um modelo constitutivo hiperbólico para ser utilizado em análises com o Método dos Elementos Finitos. Este modelo faz a utilização de um módulo de Young tangente (E_i) variante com o nível de tensões ao qual o material está submetido e delimita a tensão de desvio a um valor máximo assintótico ($(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$) conforme ilustrado na Figura 1.

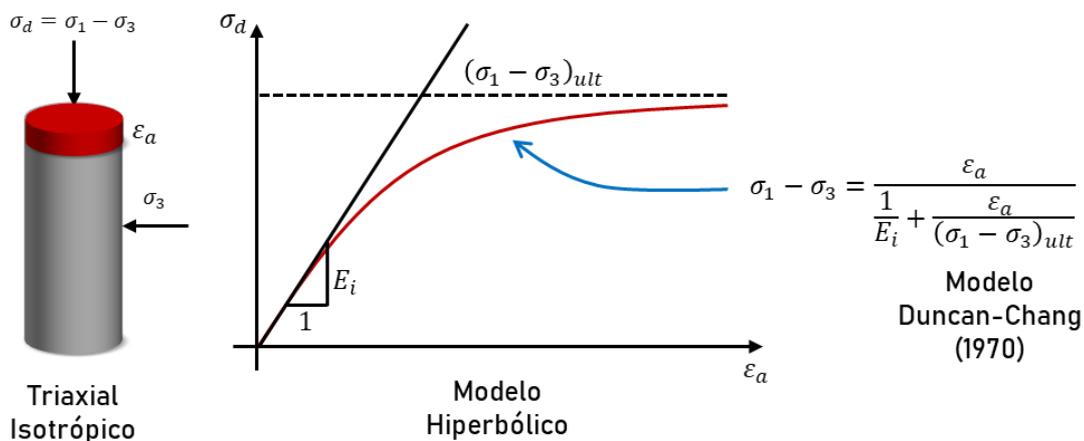


Figura 1. Modelo constitutivo hiperbólico desenvolvido por Duncan e Chang (1970).

A principal vantagem deste modelo é a sua generalidade. Este método pode ser utilizado para representar o comportamento tensão vs. deformação de solos argilosos e granulares, saturados e não saturados e para condições de carregamento drenado e não drenado tornando-se uma excelente ferramenta para avaliar os parâmetros de deformabilidade de solos.

2.2 Modelo *Hardening Soil* (HSM)

O modelo constitutivo *Hardening Soil* (HSM) foi desenvolvido Schanz *et al.* (1999) e é considerado um modelo avançado utilizado na análise tensão vs. deformação de solos. Este método consegue modelar fenômenos macroscópicos básicos do solo, tais como: a densificação, a rigidez em função do nível de tensões e o histórico de tensões. Além disso, por ser embasado na teoria da plasticidade, o HSM é capaz de avaliar parâmetros de plastificação do material e dilatância, tornando o método com características ideais para simulações mais acuradas de processos complexos.

Assim como no modelo proposto por Duncan e Chang (1970), o HSM faz a utilização de uma equação hiperbólica para simular o comportamento tensão vs. deformação do solo. No entanto, a descrição matemática no HSM é feita de forma mais robusta devido à utilização de três módulos de elasticidade, sendo eles: módulo secante (E_{50}), módulo oedométrico (E_{oed}) e módulo de descarregamento e recarregamento (E_{ur}). A Figura 2 ilustra o modelo constitutivo hiperbólico utilizado no HSM.

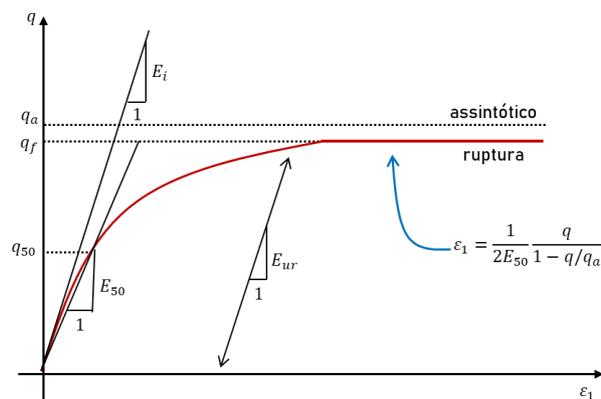


Figura 2. Modelo constitutivo *Hardening Soil*.

Além dos módulos de rigidezes, o HSM faz a utilização de outros parâmetros necessários para a completa descrição do comportamento tensão vs. deformação de solos. A Tabela 1 apresenta um resumo dos parâmetros utilizados no HSM.

Tabela 1. Parâmetros do modelo HSM.

Parâmetro	Descrição	Avaliação do Parâmetro
φ'	Ângulo de atrito	Inclinação do critério de ruptura Mohr-Coulomb
c'	Coesão	Intercepto-y do critério de ruptura Mohr-Coulomb
R_f	Razão de ruptura	q_f/q_{ult}
E_{50}^{ref}	Rigidez secante de referência do ensaio triaxial CD	Intercepto-y no espaço $\log(\sigma_3/\sigma_{ref}) - \log(E_{50})$
E_{eod}^{ref}	Rigidez tangente de referência do ensaio oedométrico	Intercepto-y no espaço $\log(\sigma_1/\sigma_{ref}) - \log(E_{oed})$
E_{ur}^{ref}	Rigidez de descarregamento /recarregamento de referência	Intercepto-y no espaço $\log(\sigma_3/\sigma_{ref}) - \log(E_{ur})$
m	-	Inclinação da reta no espaço $\log(\sigma_3/\sigma_{ref}) - \log(E_{50})$
ν_{ur}	Coefficiente de Poisson de descarregamento recarregamento	0,2 (Referência)

3 METODOLOGIA

A metodologia para a determinação dos parâmetros de deformabilidade de solos que será descrita neste trabalho utiliza como base os ensaios de compressão triaxiais isotrópicos, drenados ou não drenados. De forma

geral, para se ter uma boa congruência do modelo analítico/numérico com o modelo físico, é esperado que os ensaios triaxiais sejam feitos com, no mínimo, quatro tensões confinantes e que a resolução do ensaio possa minimamente caracterizar o comportamento do solo analisado.

Desta forma, será apresentada, a seguir, uma metodologia para a determinação dos parâmetros de deformabilidade do solos avaliado de forma analítica pelo modelo Duncan e Chang (DCM) e de forma numérica utilizando o modelo constitutivo HSM no módulo *Soil Test* do *software* Midas GTS NX.

3.1 Metodologia Duncan-Chang (DCM)

Após processamento dos dados dos ensaios triaxiais e definição da curva tensão desvio vs. deformação axial para todas as tensões confinantes, deve-se seguir os seguintes passos:

1. Determinação dos parâmetros α e β

Na curva tensão desvio vs. deformação axial, deve-se definir, a partir da máxima tensão de desvio, as tensões e deformações correspondentes a 95% e 75% da tensão de desvio máxima conforme ilustrado na Figura 3a.

De posse dos pares, deve-se fazer a plotagem deles no espaço $\varepsilon_a/(\sigma_1 - \sigma_3)$ vs. ε_a conforme ilustrado na Figura 3b. Os parâmetros α e β serão o intercepto da reta com o eixo y e a inclinação da reta, respectivamente. É importante salientar que a determinação destes parâmetros deverá ser feita para cada tensão confinante do ensaio de compressão triaxial.

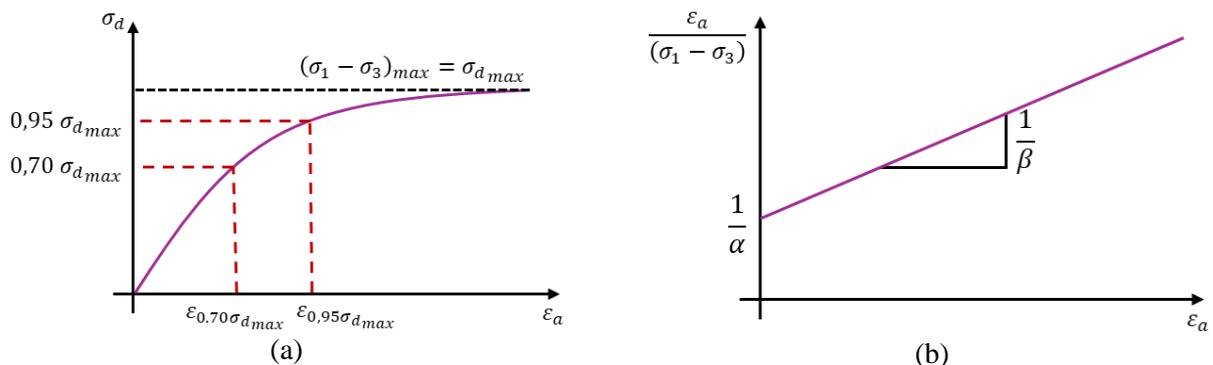


Figura 3. Determinação dos parâmetros α e β .

2. Determinação dos parâmetros K e n

De posse dos parâmetros determinados no item 1, é feita a determinação para cada tensão confinante do ensaio de compressão triaxial dos parâmetros K e n por meio de regressão linear destes dados no espaço $\log(\alpha/\sigma_3^{ref})$ vs. $\log(\sigma_3/\sigma_3^{ref})$, onde σ_3^{ref} é a pressão atmosférica (101,3 kPa). A variação do parâmetro α com a tensão confinante pode ser representada por equação sugerida por Janbu (1963) ilustrada na Figura 4.

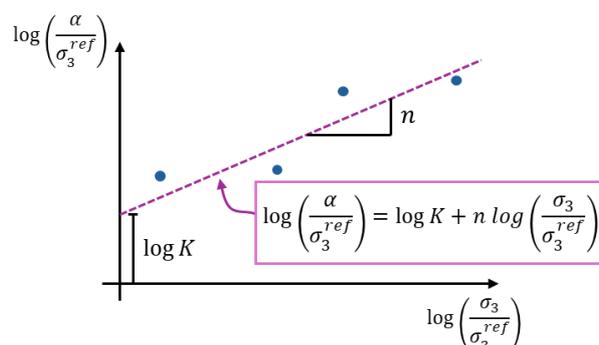


Figura 4. Determinação dos parâmetros K e n .

3. Determinação dos parâmetros E_i , R_f e geração do gráfico tensão vs. deformação

A determinação dos parâmetros E_i e R_f são determinados pelas seguintes expressões:

$$E_i = K\sigma_3^{ref} \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_3^{ref}} \right)^n \quad (1)$$

$$R_f = \frac{\sigma_{df}}{\beta}, \text{ onde } \sigma_{df} = (\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos(\varphi) + 2\sigma_3 \text{sen}(\varphi)}{1 - \text{sen}(\varphi)} \quad (2)$$

É importante salientar que a definição de R_f deverá ser feita para cada tensão confinante e, ao final, deverá ser feita a média aritmética deles para a geração da curva tensão desvio vs. deformação do solo de maneira analítica (DCM), descrita pela seguinte expressão:

$$\sigma_d = \frac{\varepsilon_a}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_a}{\sigma_{df} R_{f \text{ médio}}}} \quad (3)$$

3.2 Metodologia HSM

A calibração dos parâmetros de deformabilidade para análises numéricas com o HSM é feita a partir da metodologia Duncan Chang (DCM). Os parâmetros que devem ser determinados para a utilização do HSM são o módulo secante de referência e o coeficiente m , a seguir será feita a descrição para a determinação destas variáveis.

O módulo secante deverá ser determinado a partir das curvas obtidas com a metodologia DCM para cada tensão confinante por meio da relação $0,5\sigma_{d,f}/\varepsilon_{0,5\sigma_{d,f}}$.

A partir da definição do módulo secante, deverá ser feita a regressão linear destes dados no espaço $\log(E_{50})$ vs. $\log(\sigma_3/\sigma_3^{ref})$. O módulo secante de referência será a intercepção da regressão linear com o eixo y e o parâmetro m é a inclinação da reta de regressão linear. A definição dos módulos oedométrico e descarregamento/recarregamento de referência é feita em função do módulo secante de referência, uma boa prática de simulação é considerar $E_{oed}^{ref} = E_{50}^{ref}$ e $E_{ur}^{ref} = 3$ a 5 vezes E_{50}^{ref} .

É importante salientar que assim como no DCM, o HSM faz uso de curvas hiperbólicas para a simulação de solos. Desta forma, a obtenção do módulo secante de referência é feita utilizando o DCM pois é possível prever os resultados da simulação do solo com o HSM a partir dos parâmetros definidos com a metodologia analítica.

Outro fator importante é a qualidade dos resultados dos ensaios triaxiais. Em alguns casos, para alguma tensão confinante, os resultados apresentam alguns problemas seja na leitura ou na baixa resolução dos resultados e, por isso, o DCM é utilizado para avaliar o comportamento geral do ensaio analisado com estas metodologias.

4 RESULTADOS

A avaliação das metodologias apresentadas neste trabalho foi feita a partir da análise de ensaios triaxiais realizados em um solo residual de gnaiss do quadrilátero ferrífero. A Figura 5 ilustra o resultado do ensaio de compressão triaxial realizado neste solo e serviu de base para a determinação dos parâmetros de deformabilidade com as metodologias descritas neste trabalho.

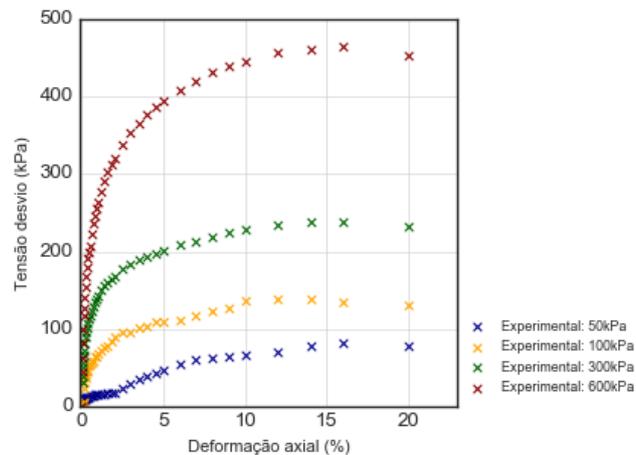


Figura 5. Curva tensão desvio vs. deformação para um solo residual de gnaiss de quadrilátero ferrífero.

A partir dos dados do ensaio de compressão triaxial do solo residual de gnaiss, foi feita a aplicação da metodologia analítica DCM para avaliar de forma preliminar os dados do ensaio e determinar os parâmetros da metodologia numérica HSM, a saber: módulo secante de referência e coeficiente m . Desta forma, foi considerado nesta análise o solo com coesão de 22 kPa e ângulo de atrito de 14 graus. Os parâmetros da metodologia DCM definidos a partir dos dados de ensaio são: K de 108, n de 0,93 e R_f de 0,90. A Figura 6 ilustra a comparação dos resultados do ensaio de compressão triaxial e a metodologia analítica DCM.

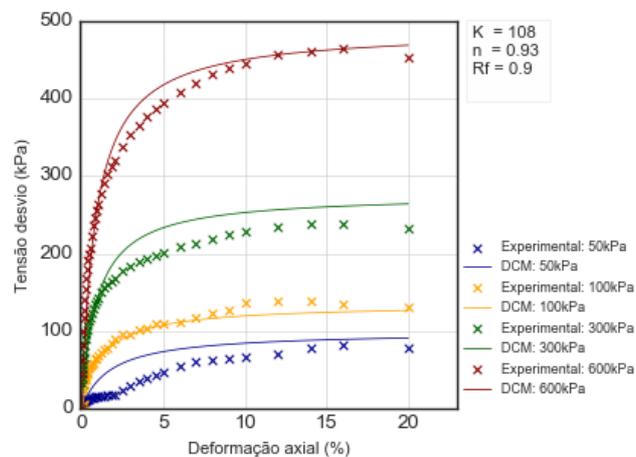


Figura 6. Comparação dos resultados de ensaio de compressão triaxial e a metodologia analítica DCM.

De forma geral, a metodologia analítica DCM conseguiu capturar bem o comportamento desenvolvido pelo solo residual de gnaiss para as tensões confinantes entre 100 e 600 kPa durante o ensaio de compressão triaxial.

No entanto, é importante observar que para a tensão confinante de 50 kPa, a metodologia DCM não se ajustou bem aos resultados experimentais isso ocorreu provavelmente devido à problemas associados ao ensaio de compressão triaxial, já que até 2% de deformação a tensão desvio praticamente não mudou. Além disso, é possível perceber que ao final do ensaio a metodologia DCM conseguiu se aproximar bem da tensão desviadora máxima. Por fim, é importante salientar que estas diferenças não invalidam a calibração do ensaio triaxial já que é importante observar a calibração do comportamento geral desenvolvido pelo solo durante o ensaio.

Tomando como ponto de partida as curvas tensão desvio vs. deformação definidas pela metodologia analítica DCM, foi feita a calibração dos parâmetros utilizados na simulação numérica do ensaio de compressão triaxial com a metodologia HSM proposta neste trabalho. Desta forma, os parâmetros obtidos foram: E_{50}^{ref} de 5600 kPa, E_{oed}^{ref} de 5600 kPa, E_{ur}^{ref} de 16800 kPa e coeficiente m de 0,95.

De posse dos parâmetros, foi feita uma simulação numérica do ensaio de compressão triaxial do solo residual de gnaise utilizando o módulo *Soil Test* do programa Midas GTS NX com o modelo constitutivo HSM conforme ilustrado na Figura 7.

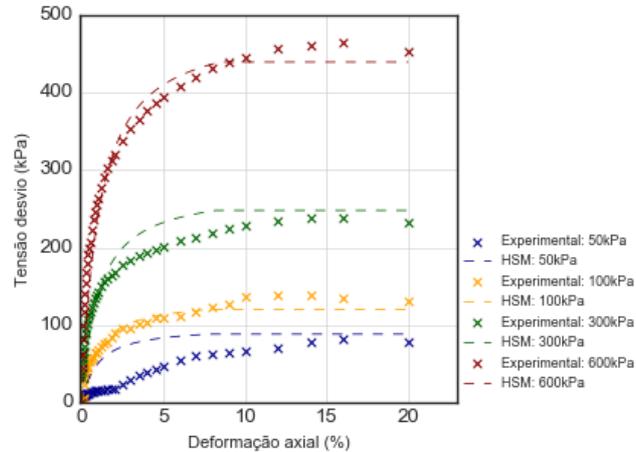


Figura 7. Comparação dos resultados de ensaio de compressão triaxial e a metodologia numérica HSM.

De forma geral, a metodologia numérica HSM conseguiu capturar bem o comportamento desenvolvido pelo solo residual de gnaise para as tensões confinantes entre 100 e 600 kPa durante o ensaio de compressão triaxial.

Além disso, como esperado, a metodologia numérica HSM não foi capaz de simular o comportamento desenvolvido pelo solo residual de gnaise durante o ensaio de compressão triaxial com tensão confinante de 50 kPa. Conforme descrito anteriormente, essas diferenças podem ter ocorrido devido à problemas no ensaio, porém este fato não invalida a calibração numérica feita com a metodologia HSM, já que de forma geral, a simulação numérica foi eficiente na avaliação do comportamento geral do ensaio de compressão triaxial do solo residual de gnaise.

Por fim, foi feita uma comparação dos resultados obtidos de forma experimental com ensaios de compressão triaxial e as metodologias, analítica e numérica, descritas neste trabalho para mostrar a congruência dos resultados obtidos conforme ilustrado na Figura 8.

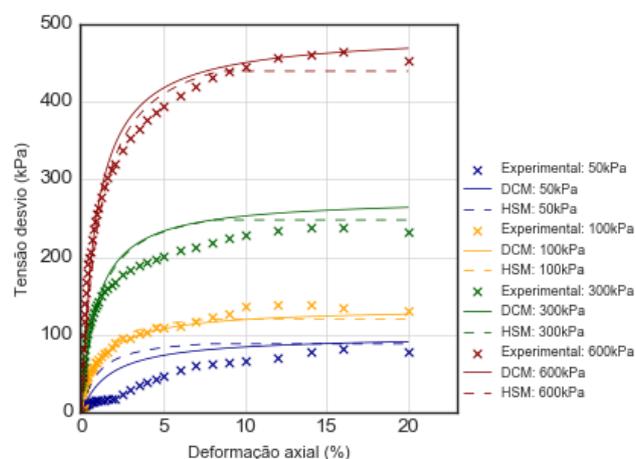


Figura 8. Comparação entre as metodologias analítica/numérica e os dados experimentais.

É importante observar que ambas as metodologias foram capazes de capturar com eficiência o comportamento desenvolvido pelo solo residual de gnaise durante os ensaios de compressão triaxial. Além disso, é perceptível que o comportamento desenvolvido pela metodologia analítica DCM se aproxima muito do comportamento numérico HSM e, portanto, é válido a utilização da metodologia analítica para a calibração da metodologia numérica.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi discutida a importância de modelos hiperbólicos na determinação de parâmetros de deformabilidade de solos e da sua importância para a avaliação do comportamento de obras geotécnicas. Além disso foram demonstradas as bases teóricas de dois modelos constitutivos hiperbólicos sendo eles o modelo Duncan e Chang (1970) e o modelo *Hardening Soil*.

Foram descritas duas metodologias para a determinação de parâmetros de deformabilidade de solos a partir de ensaios de compressão triaxial de maneira analítica e numérica. Além disso, ambas as metodologias foram comparadas com um ensaio de compressão triaxial realizado em um solo residual de gnaisses do quadrilátero ferrífero.

As metodologias analítica e numérica conseguiram capturar bem o comportamento desenvolvido pelo ensaio de compressão triaxial do solo residual de gnaisses para as tensões confinantes entre 100 e 600 kPa. Entretanto, para o ensaio com tensão confinante de 50 kPa, ambas as metodologias não conseguiram capturar adequadamente o comportamento inicial deste ensaio. Isso foi atribuído à possibilidade de problemas neste ensaio, uma vez que a tensão de desvio se manteve constante até 2% de deformação. Além disso, as metodologias foram capazes de capturar bem a tensão desvio máxima desenvolvida neste ensaio. Apesar das diferenças observadas, estas não invalidam a capacidade das metodologias de capturar o comportamento geral desenvolvido pelo solo residual de gnaisses durante o ensaio de compressão triaxial.

Foi feita uma comparação entre as metodologias numérica e analítica com os dados experimentais, onde foi possível constatar que, apesar de existirem diferenças entre elas, ambas foram capazes de capturar de forma eficaz o comportamento desenvolvido durante o ensaio de compressão triaxial. Além disso, foi possível constatar a validade da utilização da metodologia analítica para a calibração da metodologia numérica.

Por fim, a utilização da metodologia analítica para a calibração da metodologia numérica mostrou-se uma ferramenta de grande potencial na determinação dos parâmetros de deformabilidade de solos para a utilização na modelagem numérica tensão vs. deformação destes materiais. É importante salientar que a recomendação é a utilização de ambas as metodologias para proporcionar maior robustez na determinação destes parâmetros.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o incentivo e apoio prestados pela empresa Intertechne para o desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Duncan, J. M., Chang, C. Y. (1970). Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.*
- Janbu, N. (1963). Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests. *Proceedings of European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. Wiesbaden, 1, 19-25 p.
- Schanz, T., Vermeer, P., and Bonier, P. (1999). Formulation and Verification of The Hardening Soil model. *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*. Balkema, Rotterdam. 11.