

Análise de estabilidade pelo método probabilístico de estrutura de barramento

Henrique Lomasso Perche Costa

FONNTES Geotécnica, Belo Horizonte, Brasil, henrique.lomasso@fonntesgeotecnica.com

Anderson Nascimento Milagres

FONNTES Geotécnica, Belo Horizonte, Brasil, anderson.nascimento@fonntesgeotecnica.com

Sabrina Medeiros Penasso

FONNTES Geotécnica, Belo Horizonte, Brasil, sabrina.penasso@fonntesgeotecnica.com

Michel Moreira Morandini Fontes

FONNTES Geotécnica, Belo Horizonte, Brasil, michel@fonntesgeotecnica.com

Gladys Célia Hurtado Aquino

FONNTES Geotécnica, Belo Horizonte, Brasil, gladys.hurtado@fonntesgeotecnica.com

RESUMO: Dentre os critérios para análise de estabilidade, o método probabilístico vem para suprir as incertezas em relação aos parâmetros dos materiais constantes das seções de análises de estabilidade das estruturas geotécnicas. Quando utilizado o método determinístico, os valores dos parâmetros são tratados como contínuo, enquanto pelo método probabilístico considera-se a incerteza inerente aos dados e parâmetros envolvidos nas análises. As propriedades físicas e mecânicas de solos e rochas são naturalmente dispersas, assim, o método probabilístico auxilia nas análises dessas dispersões. Desse modo, o objetivo deste trabalho foi analisar a estabilidade de uma barragem pelo método probabilístico de Monte Carlo, considerando 10.000 (dez mil) interações, tanto na fase de condição atual da estrutura quanto após o projeto executado, determinando, assim, a probabilidade de ruptura e índice de confiabilidade das seções críticas da estrutura. Para seguir com essa análise probabilística, foi realizado um tratamento estatístico dos dados fornecidos pelos ensaios de laboratório e de campo, os quais permitiram conhecer a variabilidade dos parâmetros, e a assertividade do enfoque probabilístico. Assim, é possível determinar a função de densidade e o ajuste da função de probabilidade das variáveis do modelo. A partir desse tratamento estatístico, foi possível determinar os valores de desvio padrão para os parâmetros de coesão e ângulo de atrito de cada material. A análise probabilística foi executada no Slide 2, através da metodologia proposta por Monte Carlo. Os resultados foram obtidos através de histogramas de fator de segurança com a distribuição Log Normal, sendo comparados entre a condição atual e após a execução do projeto de reconformação. Este projeto seguiu a premissa de 100% dos fatores de segurança acima de 1,5.

PALAVRAS-CHAVE: Método probabilístico, Parâmetros, Monte Carlo, Barragem, Análise de estabilidade.

ABSTRACT: Among the criteria for stability analysis, the probabilistic method comes to address uncertainties regarding the parameters of materials contained in the stability analyses sections of geotechnical structures. When using the deterministic method, parameter values are treated as constants, whereas the probabilistic method considers the inherent uncertainty in the data and parameters involved in the analyses. The physical and mechanical properties of soils and rocks are naturally dispersed, so the probabilistic method assists in analyzing these dispersions. Thus, the objective of this study was to analyze the stability of a dam using the Monte Carlo probabilistic method, considering 10,000 iterations, both in the current condition of the structure and after the executed design, thus determining the probability of failure and reliability index of critical sections of the structure. To proceed with this probabilistic analysis, a statistical treatment of the data provided by laboratory and field tests was performed, allowing us to understand their variability and the accuracy of the probabilistic approach. Thus, it is possible to determine the probability density function and fit the probability function of the model variables. From this statistical treatment, it was possible to determine the standard

deviation values for the cohesion and friction angle parameters of each material. The probabilistic analysis was performed in Slide 2, using the Monte Carlo methodology. The results were obtained through histograms of safety factor with Log Normal distribution, being compared between the current condition and after the execution of the reformation project. This project followed the premise of 100% safety factors above 1.5.

KEYWORDS: Probabilistic Method, Parameters, Monte Carlo, Dam, Stability Analysis.

1 INTRODUÇÃO

A estabilidade de taludes é uma condição fundamental para garantir a segurança e a viabilidade de projetos. Ao longo das décadas, uma variedade de métodos vem sendo desenvolvidas para avaliar e prever a estabilidade de taludes. Entre esses métodos, a abordagem determinística emergiu como um dos mais amplamente utilizados e bem estabelecidos na geotecnia. Esta metodologia corresponde à avaliação de ensaios de laboratório e de campo a fim de determinar os parâmetros médios de resistência: coesão e ângulo de atrito do solo. No entanto, apesar de sua prevalência, o método determinístico possui limitações e desafios. Estes incluem a necessidade de realizar simplificações significativas nas condições reais do terreno, o que pode resultar na não representatividade da situação real da estrutura. Além disso, a incerteza associada aos parâmetros de resistência do solo podem impactar na precisão das previsões de estabilidade.

A partir desse entendimento, buscaram-se novas metodologias que diminuam as incertezas geradas pelos métodos de definição de parâmetros como os ensaios de laboratório e campo, sendo assim foi desenvolvido o método probabilístico, o qual supre tais dificuldades impostas na análise de estabilidade determinística, levando em consideração a variabilidade dos parâmetros geotécnicos, fornecendo a interpretação do comportamento da estrutura segundo esta ótica.

Através da simulação de Monte Carlo, um dos métodos probabilísticos, é possível gerar uma ampla gama de cenários, considerando o desvio padrão dos parâmetros de resistência, a fim de encontrar situações críticas não previstas pela metodologia determinística. Durante a execução da simulação, o modelo é repetidamente avaliado utilizando diferentes conjuntos de parâmetros, com isso os resultados são coletados ao longo de múltiplas iterações e proporcionam uma visão abrangente do comportamento da obra geotécnica.

Sendo assim, esse artigo busca exemplificar uma aplicação da análise probabilística, avaliando a probabilidade de falha da estrutura em diferentes cenários, interpolando os parâmetros de resistência através de uma análise estatística.

2 METODOLOGIA

2.1 Método Probabilístico

Os métodos probabilísticos aplicados à análise de estabilidade podem suprir os problemas encontrados nas análises determinísticas. Além do valor do fator de segurança (FS), obtém-se a probabilidade de ruptura, verificando a variabilidade dos parâmetros de resistência, por meio do índice de confiabilidade. As propriedades físicas e mecânicas de solos e rochas são naturalmente dispersas, desse modo, os métodos probabilísticos auxiliam nas análises dessas dispersões (FLORES, 2008).

Inicialmente, são estabelecidos os parâmetros de uma função densidade de probabilidade (normal ou log normal) para cada fator que possa introduzir incertezas na análise ou influenciar seu resultado. Essa abordagem considera a probabilidade associada aos diferentes valores dos parâmetros na avaliação da estabilidade, a fim de determinar a probabilidade de ocorrência de determinado fator de segurança (FLORES, 2008).

A equação que descreve a distribuição Normal é definida por dois parâmetros: a média populacional μ e o desvio padrão populacional σ' (ou a variância populacional σ'^2). A notação $N(\mu, \sigma'^2)$ representa a distribuição Normal com média μ e variância σ'^2 . A média indica o ponto central da distribuição, enquanto o desvio padrão (ou variância) denota a dispersão dos valores em torno da média. A distribuição normal é caracterizada por ser simétrica em relação à média, como mostrado na Equação 1 (FLORES, 2008).

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma'^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma'}\right)^2} \quad (1)$$

2.2 Probabilidade de Ruptura

A probabilidade de ruptura é definida como a probabilidade de um valor da função de desempenho (fator de segurança) ultrapassar o limite de estado. Esse limite de estado é associado ao Fator de Segurança Unitário (FS=1,0), na análise de estabilidade (FLORES, 2008).

Para a definição da probabilidade de ruptura (Pr) obtém-se primeiro o índice de confiabilidade (β), a partir da Equação 2.

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (2)$$

Onde:

μ_M : valor médio

σ_M : desvio padrão da margem de segurança

A margem de segurança (M) é definida pela Equação 3.

$$M = R - Q \quad (3)$$

Onde:

R: resistência disponível

Q: carga ou tensão à qual o sistema é exposto

Deste modo a probabilidade de ruptura (Pr) é obtida pela Equação 4.

$$P(r) = 1 - \Phi(\beta) \quad (4)$$

Tem-se que $\Phi(\beta)$ é obtido através de funções de densidade de probabilidade normal N (0,1) com média nula e um desvio padrão igual a 1,0. Desenvolvendo a equação inicial, obtém-se a função que representa a probabilidade de ruptura, pela Equação 5 à Equação 8.

$$Pr = \int_{-\infty}^1 f(FS) dFS \quad (5)$$

$$Pr = \int_{-\infty}^1 \frac{1}{\sigma_{FS}\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(FS-\bar{FS})^2}{2\sigma_{FS}^2}} dFS \quad (6)$$

$$Pr = 1 - \int_{-\infty}^1 \Phi(Z) dZ \quad (7)$$

$$Pr = 1 - \int_{-\infty}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (8)$$

Onde:

FS: Fator de segurança

\bar{FS} : Fator de segurança médio

σ_{FS} : Desvio padrão do fator de segurança

β : Índice de confiabilidade

Por fim o valor de Z é calculado através da Equação 9.

$$Z = \frac{-(FS-\bar{FS})^2}{\sigma_{FS}^2} \quad (9)$$

2.2 Probabilidade de Ruptura

Toda análise probabilística de ruptura de uma determinada estrutura geotécnica, deve iniciar pelo tratamento dos dados, isto é, neste caso, o tratamento estatístico dos parâmetros de resistência, obtidos por ensaios de laboratório ou por literatura, para cada material que constitui a estrutura. O tratamento estatístico

dos dados permite conhecer a vasta variabilidade dos mesmos e a assertividade do enfoque probabilístico da análise. Deste modo, por meio das análises estatísticas dos dados, é possível determinar a função de densidade e ajuste da função de probabilidade das variáveis do modelo.

A seguir, são descritos os passos a serem seguidos para o tratamento dos dados de parâmetros de resistência, obtidos em ensaios de laboratório.

O cálculo das médias dos parâmetros de resistência ao cisalhamento é feito através da reta de regressão linear, conforme a Equação 10.

$$\tau = a\sigma + b \quad (10)$$

Onde:

a (coeficiente angular): tangente do ângulo de atrito interno

b (variável independente): intercepto coesivo

No caso de ensaios de cisalhamento direto, o erro médio quadrado é calculado através da Equação 11.

$$EMQ = \frac{\sum_{i=1}^N (\tau_i - \tau_m)^2}{N-2} \quad (11)$$

Onde:

EMQ: erro médio quadrado

τ_i : tensão cisalhante máxima medida em cada ensaio

τ_m : tensão cisalhante obtida na reta de regressão para determinada tensão normal

N: número de determinações experimentais

A média das tensões normais é calculada através da Equação 12.

$$\sigma_m = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i}{N} \quad (12)$$

Onde:

σ_m : tensão normal média

σ_i : tensão normal na posição i

A variância do intercepto coesivo é calculada através da Equação 13.

$$V(c) = EMQ \left[\frac{1}{N} + \frac{\sigma_m^2}{\sum_{i=1}^N (\sigma_i - \sigma_m)^2} \right] \quad (13)$$

Onde:

V(c): variância do intercepto coesivo

A variância do ângulo de atrito interno é calculada através da Equação 14.

$$V(tg\phi) = \frac{EMQ}{\sum_{i=1}^N (\sigma_i - \sigma_m)^2} \quad (14)$$

Onde:

V(tg ϕ): variância da tangente do ângulo de atrito interno

De acordo com Lambe e Whitman (1969), para ensaios triaxiais, que foram executados para a obtenção dos parâmetros de resistência do presente artigo, a representação por pontos é feita no espaço p-q, onde p e q são respectivamente a semi-soma e a semi-diferença entre as tensões principais maior (σ_1) e menor ($\sigma_2 = \sigma_3$). A reta de regressão linear dos pontos (p, q) obtidos nos ensaios é definida pelo intercepto a e inclinação α . Analogamente aos ensaios de cisalhamento direto, estes valores são os próprios valores médios $a_{médio}$ e $tg(\alpha)_{médio}$. As variâncias V(c) e V(tg α) são obtidas pelas Equações 13 e 14 trocando-se σ e τ por p e q, respectivamente. Para a determinação de V(c) e V(tg ϕ) deve-se retornar ao espaço σ e através das Equações 15 a 18, descritas por Lima (1991).

$$Vc_{\text{médio}} = \frac{a_{\text{médio}}}{\sqrt{(1-tg\alpha_{\text{médio}}^2)}} \quad (15)$$

$$tg\phi_{\text{médio}} = \frac{tg\alpha_{\text{médio}}}{\sqrt{(1-tg\alpha_{\text{médio}}^2)}} \quad (16)$$

$$V(c) = \frac{1}{1-tg\alpha_{\text{médio}}^2} \times \left[\frac{(a_{\text{médio}} \times tg\alpha_{\text{médio}})^2}{(1-tg\alpha_{\text{médio}}^2)^2} \times V(tg\alpha) + Va \right] \quad (17)$$

$$V(tg\phi) = \frac{V(tg\alpha)}{(1-tg\alpha_{\text{médio}}^2)} \quad (18)$$

O desvio padrão do intercepto coesivo é calculado através da Equação 19.

$$\sigma_c = \sqrt{V(c)} \quad (19)$$

Onde:

σ_c : desvio padrão do intercepto coesivo

O desvio padrão da tangente do ângulo de atrito é calculado através da Equação 20.

$$\sigma_{tg\phi} = \sqrt{V(tg\phi)} \quad (20)$$

Onde:

$\sigma_{tg\phi}$: desvio padrão da tangente do ângulo de atrito

O desvio padrão do ângulo de atrito é calculado através da Equação 21.

$$\sigma\phi = \sigma_{tg\phi}(\cos\phi)^2 \quad (21)$$

Onde:

$\sigma\phi$: desvio padrão do ângulo de atrito

O coeficiente de variação (Equação 22) é a relação entre o desvio padrão e a média aritmética da variável em questão. Através dele, analisa-se a dispersão dos dados em relação à média.

$$CV = \frac{\sigma}{x_m} \cdot 100 \quad (22)$$

De acordo com Fonseca e Martins (1996), o coeficiente de variação é considerado baixo até 10%, médio entre 10% e 20% e grande quando for maior que 20%.

Na falta de resultados de ensaios de laboratório ou de campo, recomenda-se determinar o desvio padrão da amostra por meio de coeficientes de variação. A Tabela 2.1 apresenta faixas de coeficientes de variação dos parâmetros geotécnicos. Essa tabela corresponde a uma compilação de valores encontrados na literatura (Assis *et al.*, 2004; Lee *et al.*, 1983 apud Baecher & Christian, 2003, USACE, 1994 apud Hidalgo & Assis, 2011 e USACE, 2006) para ensaios em amostras de solo.

Tabela 2.1. Valores típicos de coeficiente de variação dos parâmetros geotécnicos.

Classe de solo	Coeficiente de Variação (%)		Fonte
	Valores Reportados	Valor Recomendado	
Ângulo de atrito efetivo	5 a 15	10	(1) e (5)
Coesão	20 a 80	40	(3)
Coesão não drenada	20 a 50	30 a 40	(1) e (4)
Módulo de elasticidade	2 a 42	30	(1)
Coefficiente de permeabilidade	20 a 90	90	(1) e (4)
Peso específico	1 a 10	3	(1) e (4)
Resistência à tração	15 a 29	20	(1)
Resistência à compressão uniaxila	6 a 100	40	(1)

(1) Lee *et. al.* (1983), (2) USACE (1994), (3) Assis *et. al.* (2004), (4) Harr (1987), (5) USACE (2006)

O coeficiente de correlação (Equação 23) mede o quanto o modelo de regressão linear ($y = ax + b$) pode explicar a variação de y .

$$r = \sqrt{R^2} \quad (23)$$

Onde:

R^2 : coeficiente de determinação, varia entre 0 e 1.

2.3 Método de Simulação de Monte Carlo

Para o estudo em questão o método probabilístico será o de Monte Carlo, no qual, a partir da modelagem da estrutura geotécnica, serão analisados cenários de entrada para propriedades como coesão e ângulo de atrito. No método de Monte Carlo em cada análise ou simulação é atribuído um valor a cada variável aleatória desde sua distribuição de probabilidade, e obtém assim um resultado da função de performance que é armazenado. Depois de muitas simulações (tipicamente mais que 10.000), é construído um histograma com todos os dados armazenados de cada análise, obtendo-se o tipo de função de densidade de probabilidade da função FS, para então calcular a probabilidade de ruptura (SILVA, 2015).

Uma das maiores vantagens deste método é que fornece a forma da distribuição de probabilidade do fator de segurança e, conseqüentemente, a probabilidade de ruptura. Este método elimina a necessidade de assumir a forma da distribuição (SILVA, 2015). O número de interações necessárias é influenciado pela quantidade de variáveis e suas variâncias. No caso de eventos de baixa probabilidade de ocorrência, esta influência é maior. Quanto maior é a quantidade de interações, menor é o erro obtido na análise.

A Simulação de Monte Carlo pode ser classificada como um método direto, que utiliza as funções de densidade de probabilidade dos parâmetros de entrada para realizar simulações, atribuindo diferentes valores a cada variável e armazenando resultados na forma de um histograma. Ao contrário dos métodos aproximados, fornece a função distribuição de probabilidade do fator de segurança e, também, permite levar em consideração a variabilidade espacial do solo dentro de sua estrutura (FLORES, 2008; RIBEIRO, 2008).

O método de Monte Carlo implementado no software de análises de estabilidade Slide2 da RocScience, permite avaliar uma única superfície de ruptura (dita como superfície mínima global e correspondente à superfície crítica determinística), ou todas as superfícies probabilísticas de ruptura possíveis.

Na análise em questão, foi escolhida a opção de busca *Global Minimum* no software, onde a análise probabilística é realizada apenas na superfície mínima global determinística.

Para este estudo, foi realizada uma análise abrangente da probabilidade de falha em todas as superfícies probabilísticas possíveis, visando uma avaliação robusta. É importante destacar que a superfície de ruptura mínima global determinada pelo método determinístico nem sempre coincide com aquela que apresenta a maior probabilidade de falha pelo método probabilístico. Ao avaliar a probabilidade de falha em todas as superfícies probabilísticas geradas, é possível identificar a superfície probabilística crítica, que representa a que possui o menor índice de confiabilidade e a maior probabilidade de falha. Além disso, o índice de confiabilidade geral do talude é determinado com base na distribuição do fator de segurança de todas as outras superfícies de ruptura analisadas (SILVA, 2015).

Para o presente estudo foram realizadas 10.000 simulações no *software Slide 2* pelo método de análise probabilística Monte Carlo. Os parâmetros de resistência foram obtidos por ensaios de compressão triaxial e correlação com NSPT, tais parâmetros e seus métodos de definições são apresentados no item abaixo.

Para os materiais que não possuem ensaio de compressão triaxial, o parâmetro médio foi obtido por correlação N_{SPT} e o coeficiente de variação foi adotado conforme literatura: 40% para a coesão e 10% para o ângulo de atrito, de acordo com o que foi apresentado na Tabela 2.1 (Assis *et al.*, 2004; Lee *et al.*, 1983 *apud* Baecher & Christian, 2003, USACE, 1994 *apud* Hidalgo & Assis, 2011 e USACE, 2006).

3 RESULTADOS E CONCLUSÃO

A Tabela 3.1 apresenta os parâmetros de resistência médios e seus respectivos desvios padrão dos materiais que constituem a estrutura estudada.

Tabela 3.1. Parâmetros de resistência médios e seus respectivos desvios padrão

Materiais	c Médio (kPa)	ϕ Médio (°)	δc (kPa)	$\delta\phi$ (°)
Colúvio ⁽¹⁾	4,0 ⁽³⁾	34,1	-	1,2
Aterro ⁽¹⁾	18,6	32,1	8,3	0,6
Material Argiloso ⁽¹⁾	36,4	22,4	9,0	1,0
Rejeito ⁽¹⁾	16,0	33,7	32,4	2,4
Saprólito de Filito ⁽¹⁾	16,3	30,6	17,3	1,4
Saprólito de Xisto ⁽¹⁾	14,2	31,4	12,5	0,9
Solo Residual de Xisto ⁽¹⁾	7,7	31,0	8,0	1,0
Solo Residual de Filito ⁽¹⁾	6,7	30,9	10,9	0,9
Solo Residual de Xisto Fofo ⁽²⁾	4,0	24,0	1,6	2,4
Solo Residual de Filito Fofo ⁽²⁾	2,0	21,0	0,8	2,1
Aluvião ⁽²⁾	6,0	15,0	2,4	1,5

c: coesão; ϕ : ângulo de atrito; δc : desvio padrão da coesão; $\delta\phi$: desvio padrão do ângulo de atrito.

Nota 1: Parâmetros de resistência e seus respectivos desvios padrão obtidos por tratamento estatístico de ensaio de compressão triaxial.

Nota 2: Parâmetros de resistência e seus respectivos desvios padrão obtidos por correlação do SPT e valores estatísticos da literatura.

Nota 3: O valor do intercepto coesivo médio do Colúvio foi referenciado em parâmetros adotados na literatura.

O presente estudo analisou uma estrutura de barramento, a qual foi alteada pelo método a jusante e teve seu maciço composto por solo residual e saprólito envolepados por uma camada de material argiloso compacto. A partir das análises determinísticas foi possível encontrar superfícies de rupturas globais com $FS > 1,5$, com isso a estrutura apresentou estabilidade consoante com o proposto pela NBR 11.682 (ABNT, 2009). Porém, foram encontradas superfícies de ruptura locais, entre bermas, com $1,3 < FS < 1,5$. Dessa forma, se fez necessário realizar uma análise de estabilidade probabilística com auxílio do método de Monte Carlo. Para a condição atual da estrutura foi encontrado 93,32% dos fatores de segurança inferiores a 1,5, A Figura 3.1 apresenta o histograma referente a esta análise.

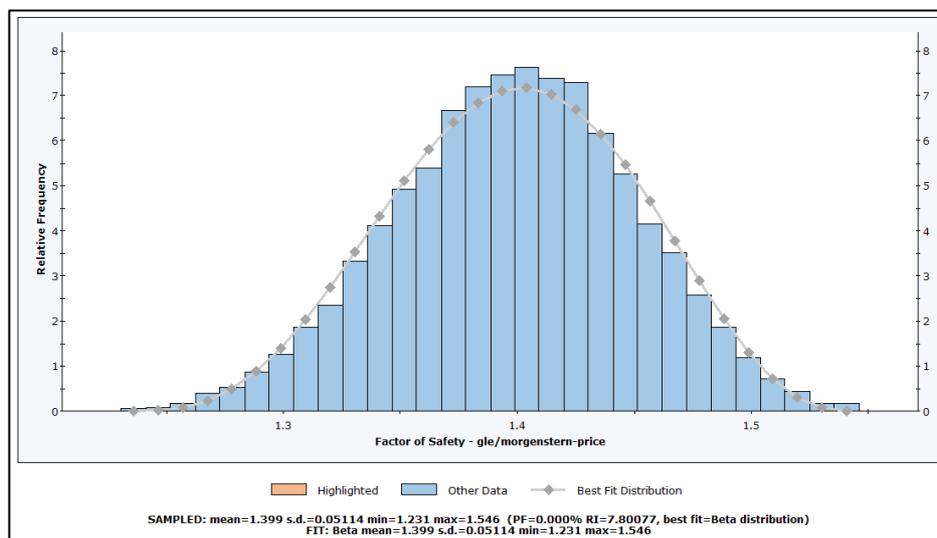


Figura 3.1. Histograma do Fator de Segurança – Cenário Atual

Em sequência foi proposto um reforço à jusante da estrutura composto por enrocamento, com inclinação 1V:2H, altura média de 50,0 m e bermas de equilíbrio a cada 10,0 m. De forma a evitar superfícies de ruptura globais ou locais o reforço foi estendido ao longo de toda a face do maciço. A Figura 3.2 apresenta o histograma referente à estabilidade da estrutura com o reforço implantado, sendo possível obter 100% dos fatores de segurança superiores à 1,5, atendendo o objetivo do estudo.

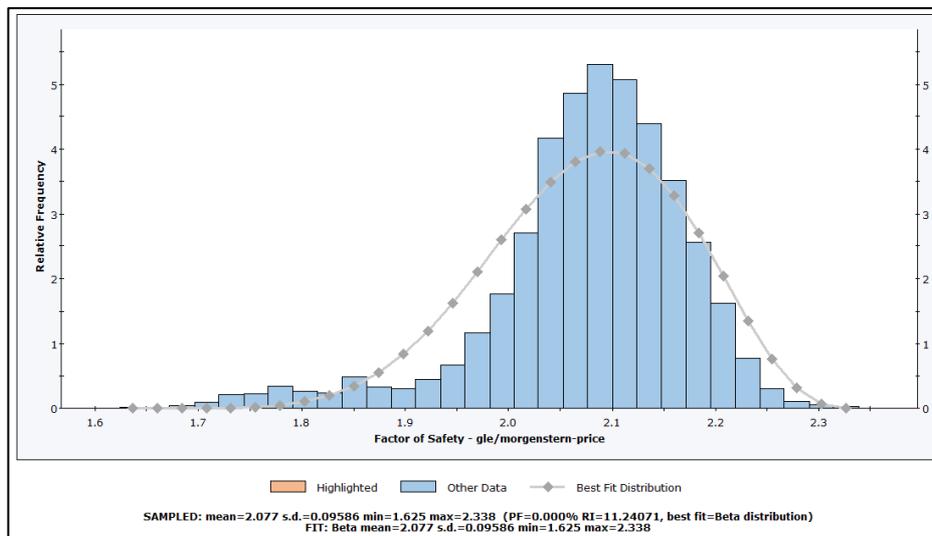


Figura 3.2. Histograma do Fator de Segurança – Pós Obra

A partir deste estudo foi possível concluir que apesar das análises determinísticas apresentarem fatores de segurança satisfatórios, foi possível, através das análises probabilísticas, encontrar mais de 90% de superfícies de ruptura com fator de segurança inferior ao admissível. Com isso entendeu-se o real problema da estrutura, sendo possível apresentar uma solução mais segura.

Cabe destacar que é notória a existência de incertezas em relação aos ensaios geotécnicos, sendo necessária a realização de estudos refinados para a definição dos parâmetros geotécnicos de forma assertiva.

4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT NBR 11682: Estabilidade de encostas. Rio de Janeiro, 2009, 33p.
- FLORES, E. A. F. Análises Probabilísticas da Estabilidade de Taludes considerando a Variabilidade Espacial do Solo. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2008, 170 p.
- FONSECA, J. S.; MARTINS, G. A. Curso de Estatística. 6 ed. São Paulo: Atlas, 1996.
- HARR, M. E. Probabilistic Estimates for Multivariate Analysis. Applied Mathematical Modelling, v. 13, n. 5, p 313-318, 1989.
- LAMBE, T, W.: WHITMAN, R, V. Soil Mechanics. New York: J. Wile 1969.
- LIMA, L. S. A. Uma Metodologia para Análise Probabilística da Estabilidade de Taludes. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1991. 265 p.
- RIBEIRO, R. C. H. Aplicações de Probabilidade e Estatística em Análises Geotécnicas. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2008. 161 p.
- SILVA, C. C. Análise de Estabilidade de um Talude da Cava de Alegria utilizando Abordagem Probabilística. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2015. 136 p.
- TOMASSETTI, S. B. G. Variabilidade dos Parâmetros de Resistência do Solo Laterítico Saturado. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Londrina, Paraná, 2012. 72 p.