

# Mecánica de la fractura lineal elástica aplicada a rocas fracturadas empleando el modelo CVBM

Carlos Boada Becerra

Estudiante, Departamento de Engenharia Geotecnica, Brasilia, Brasil, carlos.becerra@aluno.edu.co

Leandro Lima Rasmussen

Professor, Departamento de Engenharia Geotecnica, Brasilia, Brasil, leandro.lima@unb.br

**RESUMEN:** Los modelos convencionales de tipo continuo no representan la distribución heterogénea de tensiones que se presenta en materiales fracturados con micro y macroestructuras como lo es el caso de la roca. La mecánica de la fractura aborda este comportamiento mediante el Factor de Intensidad de Tensiones (SIF), con el que es posible establecer un límite ( $K_{IC}$ ), propiedad del material, a partir del cual ocurre la propagación de la fractura. En este artículo se verificó la capacidad del modelo "Continuum Voronoi Block Model" (CVBM), un modelo de partículas pegadas disponible en RS2, para recrear el comportamiento en la fractura en el modo I de materiales rocosos empleando la mecánica de la fractura lineal elástica. Para ello, se modelaron los ensayos "Center Cracked Tension" (CCT), "Cracked Straight Through Brazilian Disc" (CSTBD) y "Semi Circular Bend" (SCB), obteniendo superficies de propagación de la fractura y valores de tenacidad a la fractura en el modo I acordes a los encontrados en la literatura.

**PALABRAS-CLAVE:** Macizos rocosos, Mecánica de la fractura, Tenacidad a la Fractura, Continuum Voronoi Block Model (CVBM), Modo I.

**ABSTRACT:** The behavior of rock close to failure is highly non-linear due to meso and macrostructures that interact and propagate fractures in a process where the material loses integrity until reaching rupture. Fracture mechanics addresses this behavior through the Stress Intensity Factor (SIF), which establishes a limit ( $K_{IC}$ ) beyond which fracture propagation occurs. This article verifies the capability of the "Continuum Voronoi Block Model" (CVBM), a bonded particle model available in RS2, to recreate fracture behavior in mode I of rocky materials using linear elastic fracture mechanics. To achieve this, "Center Cracked Tension" (CCT), "Cracked Straight Through Brazilian Disc" (CSTBD), and "Semi-Circular Bend Test" (SCBT) experiments were modeled, obtaining fracture propagation surfaces and mode I fracture toughness values consistent with those found in the literature.

**KEYWORDS:** Rock masses, Fracture mechanics, Fracture toughness, Continuum Voronoi Block Model (CVBM), Mode I.

## 1 INTRODUCCIÓN

La ruptura de materiales rocosos ocurre en un proceso que comienza con la concentración de tensiones en las micro y macroestructuras provenientes de su origen e historia geológica, que, al llegar a valores críticos propios del material, fracturan los puentes de roca intacta entre ellas, y propagan la superficie de fractura, generando finalmente un mecanismo de falla.

En el modelaje convencional de materiales rocosos, son empleados modelos con fundamentos en la mecánica de los medios continuos. El uso de estos modelos representa una limitación pues los macizos rocosos son materiales altamente estructurados y fracturados, que no siguen las hipótesis de un medio continuo, por lo que dichos modelos resultan inadecuados para el análisis de estos medios fracturados, generando imprecisiones al no corresponder a las características de fractura del material real.

Una alternativa para considerar el efecto de distribución heterogénea de tensiones y la concentración de éstas en la punta de las fracturas es la mecánica de la fractura lineal elástica, la teoría que simplifica la propagación de la fractura, considerando elástico todo el cuerpo excepto la punta de la fractura, donde esta se propaga (Bazant & Planas, 1998). En este artículo se verifica la capacidad del modelo CVBM de replicar el

proceso de falla de la roca, basando los principios del modelaje en la mecánica de la fractura lineal elástica, empleando para ello el factor de intensidad de tensiones (SIT) en el modo I de propagación de fractura.

## 2 ANTECEDENTES

### 2.1 Principios de la mecánica de la fractura lineal elástica

La mecánica de la fractura lineal elástica considera un cuerpo elástico excepto en una zona cercana a la punta de la fractura en la cual esta se propaga (Bazant & Planas, 1998). En esta teoría son definidos tres modos principales en los cuales ocurre la propagación de una fractura, estos son esquematizados en la Figura 1.

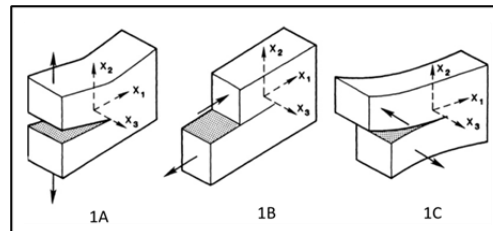


Figura 1 Esquema de los modos fundamentales de propagación de fractura. (1A) Modo I, tensión o abertura; (1B) Modo II, cizallamiento plano o modo de deslizamiento; (1C) Modo III, modo de rasgamiento (Tomado y editado de Kanniwien & Popelar (1985))

Cada modo de propagación de fractura expone al cuerpo a un estado de tensiones, este puede ser medido en la punta de la fractura por el factor de intensidad de tensiones (SIF). El modo I de propagación de fractura ocurre por extensión o abertura de la fisura, como se muestra en la Figura 1A. En este modo, la propagación ocurre cuando el SIF en el modo I ( $K_I$ ) alcanza el valor crítico soportado por el material, propiedad denominada tenacidad a la fractura en el modo I ( $K_{IC}$ ).

### 2.2 CVBM

El CVBM es un modelo basado en la formulación FEM de integración implícita que se encuentra disponible en el software RS2. Este permite generar redes de juntas Goodman en formato de teselación de Voronoi que le confieren características propias de un modelo de partículas pegadas. Al replicar el comportamiento de un material a partir de parámetros en su escala meso, las propiedades deformacionales del CVBM no son definidas directamente como lo son en un modelo basado en el medio continuo, sino que estas son el resultado de la interacción entre los bloques y las juntas.

El CVBM permite aplicar modelos constitutivos diferentes para el bloque y las juntas, en este artículo fueron considerados bloques Voronoi elásticos de alta rigidez, y en las juntas fue adoptado el modelo Mohr Coulomb elastoplástico. Lo anterior implica que la deformabilidad y resistencia en escala macro está controlada por las características de la junta y de la geometría de la teselación Voronoi, es decir, la regularidad y el tamaño del bloque. Estas condiciones traen como ventaja la simplificación y reducción de las variables que intervienen en el modelo, facilitando su calibración y, por tanto, reduciendo el tiempo y gasto computacional.

## 3 METODOLOGÍA

### 3.1 Selección de la escala y tamaño de bloque

#### 3.1.1 Selección de la escala del cuerpo de prueba

Con el objetivo de controlar el efecto de la insuficiencia de elementos, se empleó el criterio de usar entre 10.000 y 15.000 bloques Voronoi para los modelos de cuerpos de prueba durante la calibración usando la relación de altura/diámetro de 2/1. Este criterio permite tener un número cercano a 60 bloques Voronoi en la sección transversal de los cuerpos de prueba.

### 3.1.2 Tamanho de la célula Voronoi y efecto de escala

La selección del tamaño del bloque Voronoi y la escala del modelo del cuerpo de prueba es de alta importancia, ya que la cantidad de elementos afecta a la tenacidad a la fractura del material por efectos ajenos a los parámetros empleados. Potyondy & Cundall (2004), estudiaron, empleando el modelo de partículas pegadas, la relación entre el tamaño de la partícula y la resistencia a tracción máxima en el ensayo CCT, encontrando que el “Crack Resolution” (longitud de la fractura en relación con el diámetro de la partícula) y la resistencia a la tracción en el ensayo CCT concluyendo la existencia de una relación inversa. Empleando esta relación, es posible establecer la resolución requerida (o el tamaño de bloque Voronoi) con la cual la tenacidad a la fractura coincide con la del material real a partir de linealización de los datos obtenidos de un proceso iterativo.

## 3.2 Calibración del material de estudio: Granito Lac du Bonnet

La calibración del material pasa por 3 grandes etapas, calibración de deformabilidad, calibración de resistencia a tracción de pico, y calibración de la tenacidad en el modo I. Las propiedades del material de estudio por calibrar son listadas en la Tabla 1.

Tabla 1 Propiedades del material Granito Lac du Bonnet (Martin, 1994)

Variable por calibrar	Valor	Desv. Est.	n
Módulo de Young	69 GPa	±5.8 GPa	81
Coefficiente de Poisson	0.26	±0.04	81
Resistencia a tracción pico	6.9 MPa	-	-
Tenacidad en el modo I	1.82 MPa/m <sup>0.5</sup>	±0.08 MPa/m <sup>0.5</sup>	5

Para los modelos derivados de los medios continuos, propiedades tales como resistencia y módulo que son derivadas de mediciones realizadas en especímenes de laboratorio pueden ser ingresadas al modelo de forma directa, por otra parte, los modelos de partícula colada BPM sintetizan el comportamiento en la escala macro del material a partir de la interacción de componentes en escala micro, en este proceso de síntesis las propiedades que componen al modelo frecuentemente son desconocidas, lo anterior implica que el proceso de calibración sea realizado de forma iterativa.

### 3.2.1 Calibración de deformabilidad

La deformabilidad es calibrada empleando el ensayo de compresión simple, para el modelo realizado, los bloques que conforman el material fueron considerados elásticos lineales de alta rigidez, dicha consideración implica que la deformabilidad del cuerpo es controlada por las juntas entre los bloques, siendo definida indirectamente por la rigidez de las juntas. En este punto, los valores de los parámetros de resistencia de las juntas tales como la cohesión pico y la resistencia a tracción pico son considerados con valores muy altos para evitar la interferencia de la plastificación de las juntas en el proceso de calibración de la deformabilidad del material. Estas variables serán modificadas posteriormente en el ensayo de tracción directa.

Las variables por modificar durante la calibración de la deformabilidad del material son la rigidez normal ( $K_n$ ), asociada con el módulo de Young del material, y la rigidez cizallante ( $K_s$ ), que se encuentra relacionada con el coeficiente de Poisson. Sin embargo, esta asociación es simplificada, puesto que la dinámica entre estas variables hace difícil la estimación inmediata de un valor que calibre de forma directa el material, por lo anterior el proceso de calibración de la deformabilidad es iterativo.

Este proceso inicia estableciendo el valor de la relación  $K_n/K_s$  entre 3 a 5, modificando  $K_n$  y  $K_s$  sin cambiar la relación  $K_n/K_s$  inicial hasta encontrar el orden de magnitud de los parámetros que calibran el módulo de Young. Una vez establecido el orden de magnitud de la rigidez normal y cizallante, se busca establecer el valor de la relación  $K_n/K_s$  que conduce a calibrar el coeficiente de Poisson, siendo útil en el proceso la relación directa entre  $K_n/K_s$  y el coeficiente de Poisson. Así, de forma iterativa, ajustando la relación

$K_n/K_s$ , y los valores individuales de  $K_n$  y  $K_s$ , de acuerdo con la precisión requerida, se llega al módulo de Young y el coeficiente de Poisson del modelo.

### 3.2.2 Calibración de resistencia a la tracción

Una vez se ha calibrado la deformabilidad del cuerpo de prueba, es realizada la calibración de la resistencia a tracción empleando el ensayo de tracción directa. En este ensayo el objetivo es determinar el valor de la cohesión y la resistencia a la tracción pico de la junta.

La resistencia a tracción pico de la junta fue considerada muy alta con el objetivo de eliminar el efecto de reconstitución de la junta mencionado por Rógenes et al. (2021), que se presenta en el software RS2 cuando esta falla por el criterio de tracción pico. Por lo anterior, las juntas que fallan a tracción y a cizallamiento lo harán siguiendo la envolvente de falla de Mohr Coulomb desconsiderando el criterio de tracción pico de la junta.

### 3.2.3 Evaluación de la tenacidad a la fractura en el modo I

Para evaluar la tenacidad a la fractura del material modelado fue utilizado el ensayo CCT, este ensayo consiste en un cuerpo de prueba con una ranura en el medio que es traccionado hasta la ruptura. La geometría y variables relacionadas al cuerpo de prueba son esquematizadas en la Figura 2.

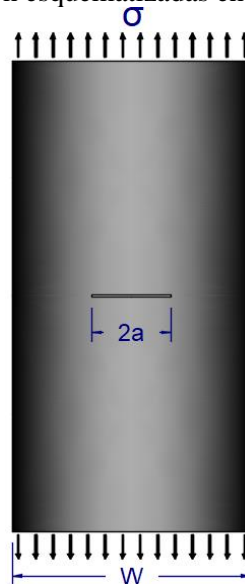


Figura 2 Esquema del ensayo CCT

Este ensayo cuenta con múltiples ecuaciones numéricas, entre ellas la Ecuación 1, desarrollada por (Tada, 2000), que permite evaluar la tenacidad a la fractura.

$$K_{Ic} = \sigma_{rup} \sqrt{\pi a} \left[ \sec \left( \frac{\pi a}{2W} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \left[ 1 - 0.025 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 0.06 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right] \quad (1)$$

Donde

$\sigma_{rup}$  = Carga máxima,

$a$  = Mitad de la longitud de la fractura,

$W$  = Ancho del cuerpo de prueba.

El resultado de cada proceso de calibración del material con diferente tamaño de bloque Voronoi entra a ser parte del proceso iterativo que permite determinar el tamaño del bloque que lleva al valor de tenacidad a la fractura del material real.

### 3.3 Ensayos complementarios

Fueron realizados ensayos complementarios para evaluar la capacidad del modelo de replicar el comportamiento del material rocoso con otras condiciones de contorno. Estos ensayos tienen la característica de que someten al cuerpo a un estado de tensiones que conduce a propagar la fractura en el modo I.

#### 3.3.1 Ensayo CSTBD

La geometría y variables relacionadas al ensayo CSTBD son presentadas en la Figura 3.

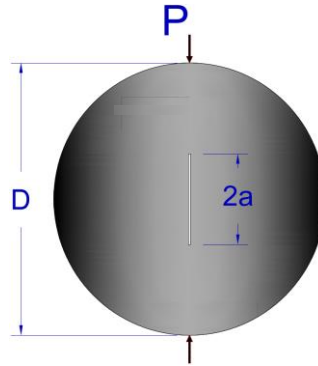


Figura 3 Esquema del ensayo CSTBD

Este ensayo cuenta con la Ecuación 2, de origen numérico desarrollada por Atkinson et al. (1982), para estimar la tenacidad a la fractura en el modo I.

$$K_{Ic} = \frac{2P\sqrt{a}}{\sqrt{\pi}DB} N_I ; N_I = 1 - 4 \operatorname{sen}^2(2a/D) \cdot (1 - \operatorname{cos}^2(2a/D)) \cdot \left(\frac{2a}{D}\right)^2 \quad (2)$$

Donde

$P$  = Carga máxima,

$a$  = Mitad de la longitud de la fractura,

$D$  = Diámetro del cuerpo de prueba,

$N_I$  = Factor de corrección proveniente de las condiciones de contorno.

#### 3.3.2 Ensayo SCB

El ensayo SCB consta de la geometría y variables presentadas en la Figura 4

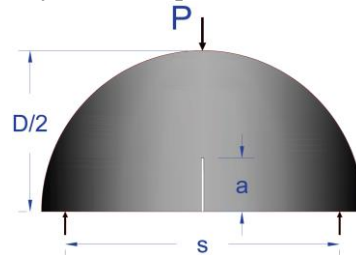


Figura 4 Esquema del ensayo SCB

En la Ecuación 3 es presentada la formulación obtenida por Atkinson et al. (apud Omidimanesh et al., 2023) para determinar la tenacidad a la fractura por medio de este ensayo.

$$K_{Ic} = \left(\frac{P}{D}\right) \sqrt{\pi a} Y_I ;$$

$$Y_I = -1.297 + 9.516 \frac{s}{D} - \left(0.47 + 16.457 \frac{s}{D}\right) \frac{2a}{D} + \left(1.071 + 34.401 \frac{s}{D}\right) \left(\frac{2a}{D}\right)^2 \quad (3)$$

Donde

$P$  = Carga máxima,

$a$  = Longitud de la fractura,

$D$  = Diámetro del cuerpo de prueba,

$Y_f$  = Factor de corrección proveniente de las condiciones de contorno.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Calibración del material de estudio: Granito Lac du Bonnet

#### 4.1.1 Calibración en deformabilidad y resistencia a la tracción

Como fue discutido en la Sección 2.2, la condición de bloques Voronoi elásticos de alta rigidez simplifica el modelo, dejando la deformabilidad y resistencia a tracción del material en manos de los parámetros de las juntas. Los valores encontrados para calibrar la deformabilidad y resistencia a tracción pico del Granito Lac du Bonnet son mostrados en la Tabla 2.

Tabla 2 Parámetros de calibración del Granito Lac du Bonnet

Elemento	Criterio de falla	Rigidez normal [kPa/m]	Rigidez cizallante [kPa/m]	Cohesión n pico [kPa]	Angulo de fricción pico	Res. Tracción residual [kPa]	Cohesión residual [kPa]	Angulo de fricción residual
Juntas	Mohr Coulomb Elastoplástico	3.95E+09	1.162E+09	13800	45°	0	0	35°

#### 4.1.2 Calibración de la tenacidad a la fractura en el modo I

De acuerdo con Potyondy & Cundall (2004) la relación entre el “Crack Resolution” y la resistencia máxima en el ensayo CCT es inversa, lo que quiere decir que el tamaño de la partícula tiene una relación directa con la tenacidad a la fractura en el modo I. Este comportamiento fue evidenciado durante el proceso de calibración del material de estudio como es mostrado en la Figura 5.

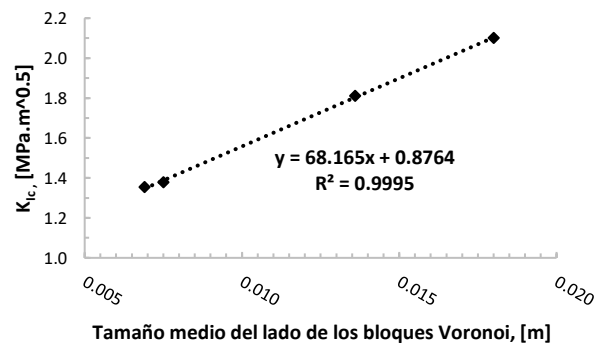


Figura 5 Relación entre el tamaño del bloque Voronoi y la tenacidad a la fractura obtenida con el modelo del ensayo CCT.

Dicha curva es obtenida mediante la experimentación con diferentes tamaños de lado del bloque Voronoi y permite identificar el tamaño de bloque que representa la tenacidad del material. Mediante el uso de esta regresión fue determinado que, para el material de estudio, Granito Lac du Bonnet, el tamaño del lado del bloque Voronoi con el que se calibra el material con las características presentadas en la Tabla 3 es de 0.0136 m.



Tabla 3 Propiedades del material Granito Lac du Bonnet (Martin, 1994) y propiedades del material calibrado empleando CVBM.

Variable por calibrar	Valor laboratorial	Desv. Est.	n	Valor del modelo	Desv. Est.	n
Módulo de Young	69.0 GPa	±5.8 GPa	81	69.1 GPa	±0.4 GPa	5
Coefficiente de Poisson	0.26	±0.04	81	0.263	±0.003	5
Resistencia a tracción pico	6.9 MPa	-	-	6.90 MPa	±0.07 MPa	5
Tenacidad en el modo I	1.82 MPa/m <sup>0.5</sup>	±0.08 MPa/m <sup>0.5</sup>	5	1.79 MPa/m <sup>0.5</sup>	±0.09 MPa/m <sup>0.5</sup>	5

La superficie de propagación obtenida en el ensayo CCT mediante este análisis es mostrada en la Figura 6.

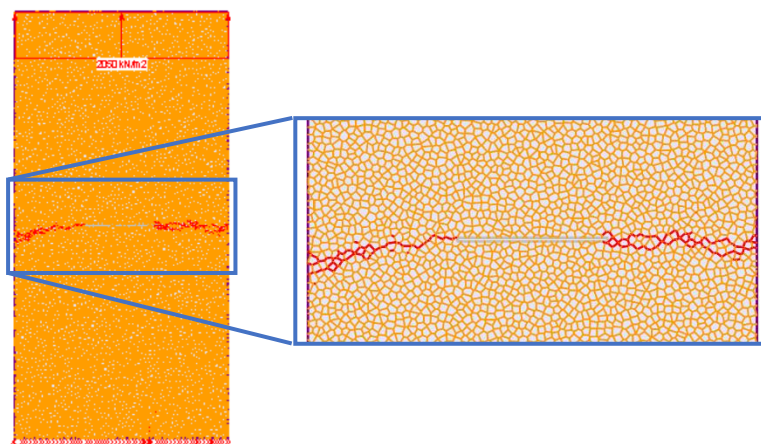


Figura 6 Superficie obtenida en el ensayo CCT con el modelo del material calibrado

## 4.2 Resultados de los ensayos complementarios

### 4.2.1 Resultados del ensayo CSTBD

Fueron empleadas juntas irrompibles en cercanía al punto de carga y punto de apoyo (de color verde) para evitar falla puntual de elementos manteniendo las mismas propiedades de deformabilidad. Fue encontrada la superficie de propagación mostrada en la Figura 7.

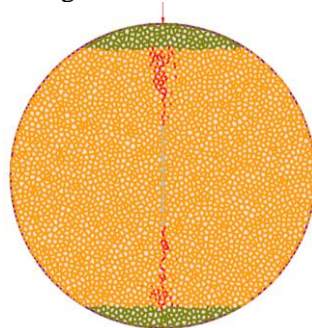


Figura 7 Superficie obtenida en el ensayo CSTBD con el modelo del material calibrado

En este ensayo la tenacidad de la fractura obtenida fue de  $1.50 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5} \pm 0.10 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$

### 4.2.2 Resultados del ensayo SCB

Fueron empleadas juntas irrompibles en cercanía al punto de carga (de color verde) para evitar falla puntual de elementos manteniendo las mismas propiedades de deformabilidad. Fue encontrada la superficie de propagación mostrada en la Figura 8.

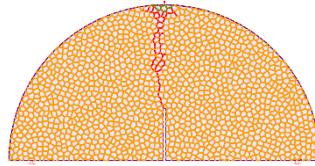


Figura 8 Superfície obtida em el ensayo SCB con el modelo del material calibrado.

En este ensayo la tenacidad de la fractura obtenida fue de  $1.75 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5} \pm 0.08 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ .

## 5 CONCLUSIONES

Se comprueba que es posible aplicar la mecánica de la fractura lineal elástica con el modelo CVBM, habiendo calibrado de forma exitosa para el caso de estudio la deformabilidad, resistencia a tracción pico y tenacidad en el modo I de fractura del material.

Fue verificada la capacidad que tiene el modelo CVBM de replicar las trayectorias esperadas en diferentes condiciones de contorno, dando como resultado superficies continuas y orientadas de acuerdo con lo evidenciado en rupturas del material real.

Los resultados de los ensayos complementarios muestran valores de tenacidad a la fractura  $K_{Ic}$  de  $1.50 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$  y  $1.75 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ , cercanos al valor de  $1.79 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ , obtenido mediante el ensayo CCT en la calibración del material. Esta diferencia puede atribuirse a las variaciones inherentes a ensayos de esta naturaleza, como discuten Sarkar et al. (2019) y Li et al. (2023). Los autores señalan que ensayos de este tipo están sujetos a variaciones significativas debido a cambios en las condiciones de contorno, por lo tanto, estas variaciones son consideradas aceptables en el contexto de la investigación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bazant, Z. P., & Planas, J. (1998). *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials* (W. F. Chen, Ed.). Taylor & Francis.
- Cai, M., Kaiser, P. K., Tasaka, Y., Maejima, T., Morioka, H., & Minami, M. (2004). Generalized crack initiation and crack damage stress thresholds of brittle rock masses near underground excavations. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *41*(5), 833–847. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2004.02.001>
- Fairhurst, C. (2013). Fractures and fracturing: Hydraulic fracturing in jointed rock. *ISRM International Conference for Effective and Sustainable Hydraulic Fracturing 2013*, 47–79. <https://doi.org/10.5772/56366>
- Kanniwen, M. F., & Popelar, C. H. (1985). *Advanced Fracture Mechanics* OXFORD UNIVERSITY PRESS New York CLARENDON PRESS Oxford.
- Li, J. Le, Wei, X. D., & Zhao, G. F. (2023). An integrated experimental and numerical study of size effect on the mode I fracture toughness of rock. *Engineering Fracture Mechanics*, 287. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109327>
- Martin, C. D. (1994). *The strength of massive Lac du Bonnet granite around underground openings*. National Library of Canada = Bibliothèque nationale du Canada.
- Omidimaneh, M., Sarfarazi, V., Babanouri, N., & Rezaei, A. (2023). Investigation of Fracture Toughness of Shotcrete using Semi-Circular Bend Test and Notched Brazilian Disc test; Experimental Test and Numerical Approach. *Journal of Mining and Environment*, *14*(1), 233–242. <https://doi.org/10.22044/jme.2022.12465.2263>
- Potyondy, D. O., & Cundall, P. A. (2004). A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *41*(8 SPEC.ISS.), 1329–1364. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2004.09.011>
- Rógenes, E., Márcio Muniz De Farias, |, Leandro, |, Rasmussen, L., & Address, P. (n.d.). *The Continuum Voronoi Block Model for simulation of fracture process in hard rocks*.
- Sarkar, S., Kumar, R., & Murthy, V. M. S. R. (2019). Experimental and Numerical Simulation of Crack Propagation in Sandstone by Semi Circular Bend Test. *Geotechnical and Geological Engineering*, *37*(4), 3157–3169. <https://doi.org/10.1007/s10706-019-00833-0>
- Tada, H.-P. P. C.-I. G. R. (2000). *The Stress Analysis of Cracks Handbook* (3rd ed.).