

Novo Método De Cálculo De Resistência Dinâmica Em Provas De Carga Estática Com Critérios De Ruptura

Daniel Kina Murakami

Benaton Specialist, São Paulo, Brasil, daniel.murakami@gmail.com

RESUMO: Este artigo apresenta o comportamento de uma estaca sob carregamento dinâmico e propõe uma nova forma de estimar as resistências dinâmicas que podem ocorrer em provas de carga estática (PCE), principalmente nas do tipo mista. Durante uma prova de carga dinâmica (PCD), parte da resistência é estática (RMX) e outra parte é resistência dinâmica (Rd). Admite-se que há resistência dinâmica sempre que a estaca estiver se movendo, ou seja, quando apresentar uma velocidade de deslocamento. Murakami (2024a) observou que a relação Rd/RMX cresce em função da velocidade máxima do topo da estaca (VMX), mesmo após a ruptura. Ou seja, a resistência total (estática + dinâmica) (Rt) cresce com VMX. Além disso, na PCD com energia crescente, há proporcionalidade entre Rd e VMX para cada golpe. Propõe-se usar os resultados do ensaio dinâmico para estimar Rd na PCE, calculando VMX em cada leitura da PCE e usando a equação da reta da 1ª condição proposta por Murakami (2015) para obter Rd. Conclui-se que em cada estágio da PCE, Rd atinge um pico no início e se dissipa com a estabilização dos deslocamentos. A carga só é estática quando a diferença entre leituras for zero. Na PCE mista, Rd cresce com a carga aplicada, não apresentando indício de ruptura.

PALAVRAS-CHAVE: Resistência dinâmica (Rd), prova de carga estática (PCE), prova de carga dinâmica (PCD), prova de carga mista, ruptura geotécnica

ABSTRACT: This paper presents the behavior of a pile under dynamic loading and proposes a new way of estimating the dynamic resistances that can occur in static load tests (SLT), especially in quick tests. During a dynamic load test (DLT), part of the resistance is static (RMX) and another part is dynamic resistance (Rd). It is assumed that there is dynamic resistance whenever the pile is moving, that is, when it has a displacement speed. Murakami (2024a) observed that the Rd/RMX ratio increases as a function of the maximum pile top speed (VMX), even after failure. In other words, the total resistance (static + dynamic) (Rt) increases with VMX. Furthermore, in the DLT with increasing energy, there is proportionality between Rd and VMX for each applied blow. It is proposed to use the results of the dynamic test to estimate Rd in SLT, calculating VMX at each SLT's displacement reading and using the straight line equation proposed by Murakami (2015) to obtain Rd. It is concluded that at each stage of SLT, Rd reaches a peak at the beginning of the stage and dissipates as the displacements stabilize. The load is only static when the difference between readings is zero. In Quick Test, Rd increases with the applied load, showing no signs of rupture.

KEYWORDS: Dynamic Resistance (Rd), Static Load Test (SLT), Dynamic Load Test (DLT), Quick Test, ultimate load

1 INTRODUÇÃO

Este artigo tem como objetivo apresentar o comportamento da estaca quando submetido à um carregamento dinâmico e com base nestas observações, se propõe uma nova forma de se estimar as resistências dinâmicas que podem ocorrer em provas de carga estática (PCE) (NBR 16903), principalmente nas do tipo mista.

Na prova de carga dinâmica (PCD) (NBR 13208) o golpe tem curta duração (cerca de 50ms), sendo que neste intervalo parte da resistência é estática (RMX) e outra parte é resistência dinâmica (Rd). Nas formulações matemáticas do CAPWAP e Case, há algo em comum que é admitir que há resistência dinâmica

sempre que a estaca estiver se deslocando, ou seja, quando a mesma apresentar uma velocidade de deslocamento. Murakami (2024a, 2024b) observa que a relação entre R_d/R_{MX} sempre cresce em função da máxima velocidade do topo da estaca (VMX), mesmo no pós ruptura. Ou seja, a resistência total (estática + dinâmica) (R_t) sempre cresce em função de VMX . Além disso, na PCD com energia crescente há uma proporcionalidade entre R_d para cada golpe em função de VMX (Murakami, 2015).

Diante disso, se propõe o uso dos resultados do ensaio dinâmico para estimativa de R_d na PCE através do seguinte procedimento: a) utilização da equação da reta da 1ª condição de contorno proposta por Murakami (2015); b) determinação da velocidade do topo da estaca na PCE pode ser calculada facilmente em cada leitura, tem-se os deslocamentos e o tempo entre leituras; c) com os valores de VMX em cada leitura da PCE calcula-se facilmente a resistência dinâmica na PCE através da 1ª condição de contorno;

2 RESISTÊNCIA DINÂMICA NO ENSAIO DINÂMICO

No Método CAPWAP (Pile Dynamics, 2006), a determinação da resistência dinâmica é realizada através da divisão do solo em k elementos e o cálculo é realizado através da seguinte equação:

$$R_{dk} = J_{sk} \times v_i \times R_{sk} \quad (1)$$

Onde: R_{dk} = resistência dinâmica do elemento k ; J_{sk} = damping do modelo de Smith (1960); v_i = velocidade da estaca referente ao elemento de solo k ; R_{sk} = resistência estática temporária do elemento k ;

Nota-se através da Eq. (1) que a resistência dinâmica calculada pelo CAPWAP depende basicamente de três fatores: damping do modelo de Smith, velocidade da estaca e resistência estática. Entretanto, no CAPWAP é conveniente utilizar o modelo linear viscoso ao invés do modelo de Smith, uma vez que esta abordagem independe da magnitude da resistência estática:

$$R_{dk} = J_{vk} \times v_i \quad (2)$$

Onde: J_{vk} = damping viscoso;

A terceira opção para o cálculo da resistência dinâmica seria o modelo Smith viscoso que é a combinação dos dois modelos anteriores (adotando $R_{sk} = R_{uk}$) através da seguinte aproximação:

$$J_{sk} = \frac{J_{vk}}{R_{uk}} \quad (3)$$

Onde: R_{uk} = resistência estática última;

Com base nas equações 1 e 2, nota-se que R_d é proporcional à velocidade de deslocamento da estaca. Neste contexto, Murakami (2015) adaptou esta idéia e utilizou como condição de contorno a proporcionalidade entre R_d e VMX . Isso permitiu a correção do valor da resistência dinâmica em cada golpe analisado com energia crescente, melhorando o Match Quality da curva Wave Up (MQWU).

Murakami (2015, 2019) também utiliza a técnica de determinação do quake do fuste da estaca (Murakami, 2014, 2016) em conjunto com uma segunda condição de contorno referente ao comportamento da ponta da estaca, aprimorando não apenas o MQWU como também o Match Quality de Recalques (MQR). Diversos casos de obra que utilizaram o procedimento proposto por Murakami (2015, 2019) apresentaram boa correlação entre PCD e prova de carga estática (PCE) (Murakami e Massad, 2014, 2016, 2023; Murakami, 2015; Murakami et. al. 2016, 2018, 2019, 2020, 2022, 2023)).

A seguir serão mostrados os resultados da resistência dinâmica de um Caso de Obra em Osasco, SP, amplamente estudada por Murakami e Massad (2014, 2016, 2023) e Murakami (2015, 2019, 2024a). Neste caso de obra, em estaca pré-moldada de seção circular $\phi 38\text{cm}$ e comprimento de 14,10m, foi realizada PCD com energia crescente e PCE. Maiores informações sobre os testes podem ser encontrados nos artigos já publicados anteriormente.

A figura 1 mostra a evolução de R_d em função de VMX (1ª condição de contorno Proposta por Murakami (2015)). R_d sempre deve crescer com o aumento da velocidade da estaca, conforme indicado nas equações 1 e 2. Isso explicaria a proporcionalidade entre R_d e VMX . Em cada ponto da figura 1 está indicada a altura de queda aplicada.

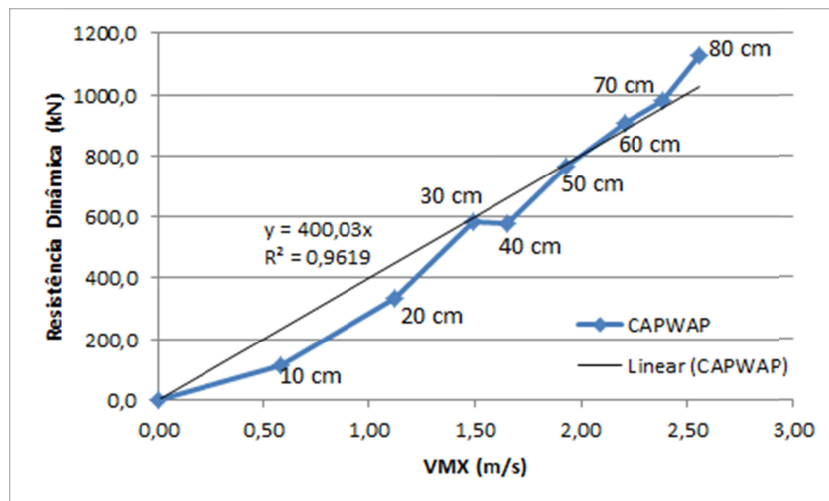


Figura 1. Relação entre R_d vs. VMX – Primeira condição de contorno (Murakami, 2015)

A figura 2 mostra a relação R_d/RMX em função de VMX . Observa-se que esta relação cresce com o aumento de VMX mesmo no pós ruptura. Na figura 2, os quatro pontos iniciais de menor valor de R_d/RMX correspondem aos golpes de altura de queda entre 10cm e 40cm. Já os quatro últimos pontos de maior valor de R_d/RMX indicam o pós ruptura com alturas de queda entre 50cm e 80cm.

Segundo Aoki (1989, 1997), o aumento do nível de energia causa uma intensificação do valor de RMX . Murakami (2015) destaca que a amplificação do nível de energia causa uma acentuação nos valores de VMX . As figuras 1 e 2 mostram que o aumento da altura de queda intensifica o valor de VMX .

Semelhante à PCD, na PCE a velocidade de deslocamento da estaca tende a se acentuar com o incremento da carga aplicada no topo da estaca. Sendo assim, na PCE o valor de R_d e a relação R_d/RMX devem se intensificar com o crescimento da carga aplicada.

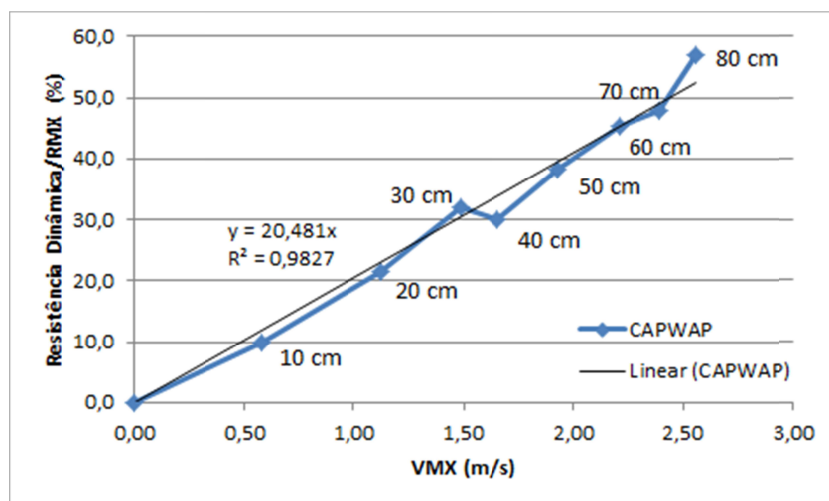


Figura 2. Relação entre R_d/RMX vs. VMX (Murakami, 2024a)

A figura 3 mostra a evolução de R_t (soma de R_d e RMX) em função de VMX . Nota-se que R_t continua crescendo em função do aumento de VMX .

Na PCE o incremento da carga causa o aumento dos deslocamentos, que por sua vez também causa a intensificação da velocidade de deslocamento do topo da estaca. Na PCE, são realizadas leituras de

deslocamento em determinados intervalos de tempo. Assim, temos facilmente os valores de VMX nestes intervalos, simplesmente dividindo-se o deslocamento pelo intervalo de tempo correspondente, obtendo-se os valores médios de VMX entre leituras consecutivas.

Com os valores de VMX, determina-se facilmente os valores de Rd para cada leitura de deslocamentos da PCE através da primeira condição de contorno Proposta por Murakami (2015). Para isso, é necessário que se tenha o resultado da PCD, assim como a equação da 1ª condição de contorno.

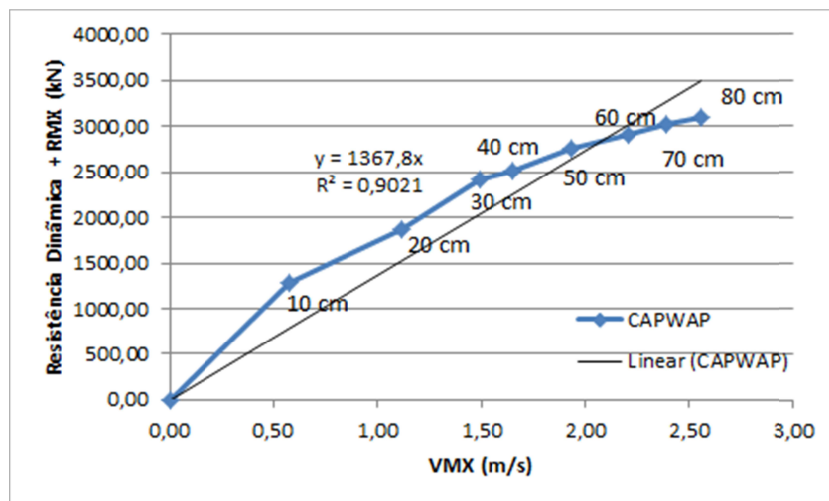


Figura 3. Relação entre Rd + RMX vs. VMX

As figuras 4 a 6 mostram os gráficos de força, velocidade, RMX e Rd (Damping Resistance) em função do tempo, para alturas de queda de 10cm, 40cm e 80cm, respectivamente. Nota-se que durante a aplicação do golpe ocorrem acréscimos de RMX e Rd até que cada grandeza atinja o pico de resistência e posteriormente ocorre a queda destas grandezas em função do tempo.

Nas figuras 4 a 6, é interessante observar que:

- A intensidade de Rd é função do valor da velocidade medida pelos sensores, ou seja, se a velocidade dos sensores aumenta, então Rd deve intensificar; se diminui, então Rd deve reduzir; se a velocidade ficar negativa, então Rd deve ser negativo; se a velocidade for nula, então Rd deve ser nulo.
- Para este caso de obra, comparando os golpes de $H = 40\text{cm}$, onde ocorre a ruptura geotécnica (figura 5), e $H = 80\text{cm}$, no pós ruptura (figura 6), observa-se que o valor de RMX é o mesmo. Porém, os valores de Rd e VMX aumentam, semelhante ao já observado nas figuras 1 e 2;

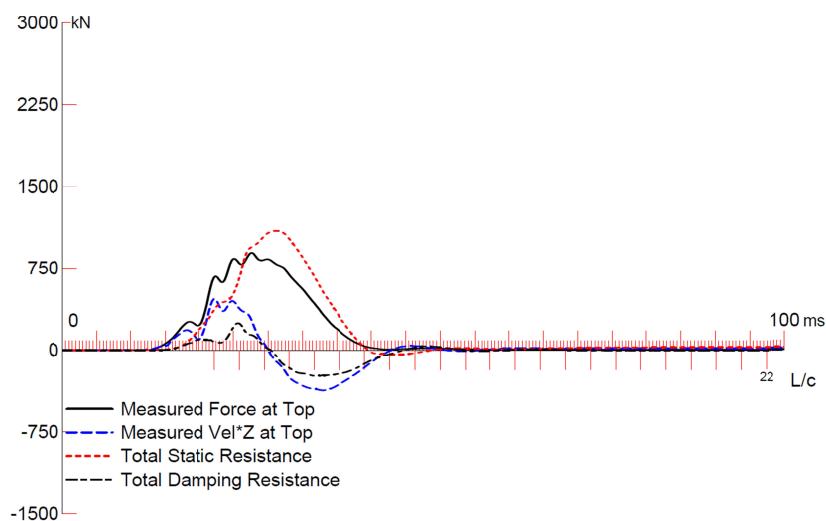


Figura 4. Gráfico de força, velocidade, RMX e Rd em função do tempo (H=10cm)

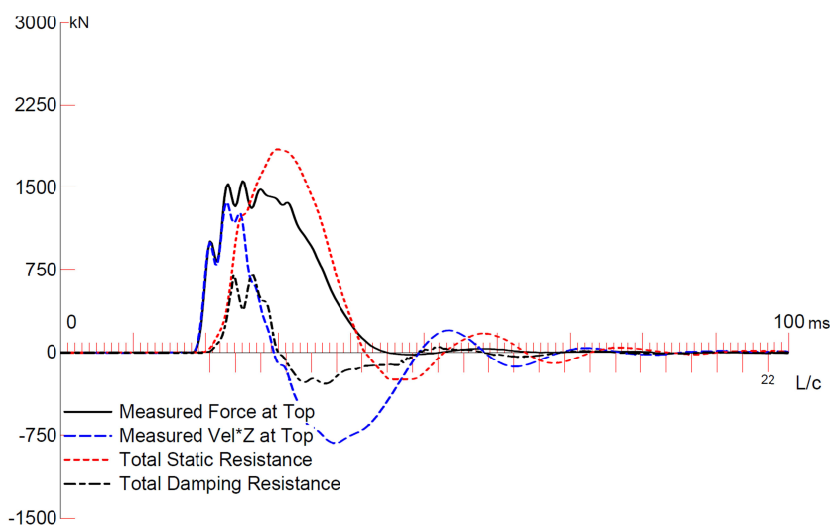


Figura 5. Gráfico de força, velocidade, RMX e Rd em função do tempo (H=40cm)

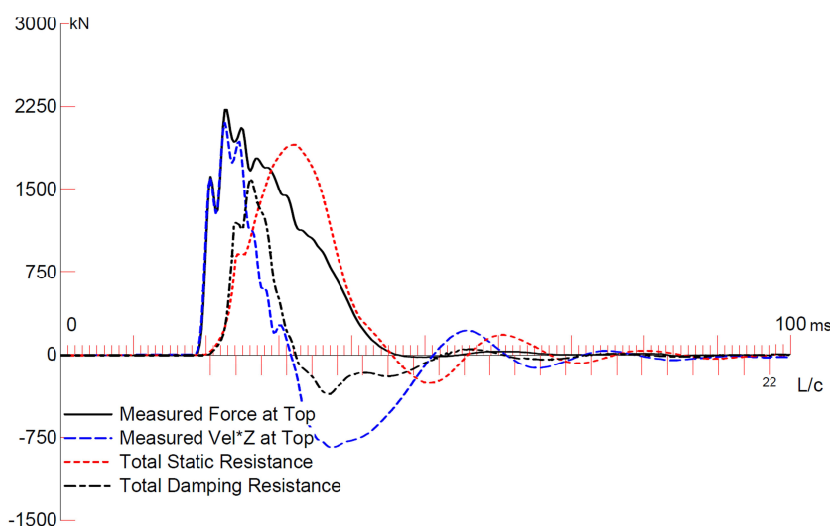


Figura 6. Gráfico de força, velocidade, RMX e Rd em função do tempo (H=80cm)

3 ANALOGIA ENTRE ACELERADOR DO AUTOMÓVEL E BOMBA HIDRÁULICA

Conforme já mostrado nas figuras 1 a 3, na PCD, a aplicação de golpes do martelo na estaca com alturas de queda crescentes causam acréscimos da velocidade da estaca (VMX). Conforme mostrado nas figuras 4 a 6, de forma semelhante, na PCE, o bombeamento de vazão de óleo hidráulico deve ocasionar a intensificação de pressão do manômetro (incremento de carga aplicada na estaca), que por sua vez deve causar um acréscimo da velocidade da estaca até atingir um pico (semelhante às figuras 4 a 6) e a interrupção de bombeamento de vazão de óleo hidráulico deve provocar a atenuação da velocidade da estaca, até que essa velocidade fique nula após um determinado intervalo de tempo. Quando isso ocorrer, duas leituras consecutivas de deslocamento são iguais, correspondendo à uma velocidade do topo da estaca igual a zero.

Desta forma, conclui-se que a aplicação de vazão da bomba hidráulica deve funcionar como um acelerador da estaca, semelhante ao acelerador de um automóvel. Quando se pisa no acelerador do automóvel ocorre aumento de sua velocidade e quando se tira o pé do acelerador ocorre a atenuação da velocidade do automóvel, ou seja, quando acionada a vazão da bomba hidráulica, a mesma causa aumento da velocidade da estaca e quando interrompida, causa uma atenuação da velocidade da estaca.

Conforme mostrado anteriormente, esse incremento da velocidade da estaca deve causar uma intensificação de Rd conforme a 1ª condição de contorno (Murakami, 2015). Quando a PCE estiver com grandes deslocamentos (10% do diâmetro ou maior), pode dar a impressão de que ocorreu uma ruptura

geotécnica, uma vez que ao aplicar vazão hidráulica ocorre um pico de carga medida pela célula de carga e ao interromper a vazão hidráulica ocorre uma queda instantânea da carga do topo, dando a impressão que ocorreu uma ruptura geotécnica conforme a definição da NBR 6122. Na verdade, à luz do conhecimento da resistência dinâmica apresentada neste artigo, essa queda da carga medida pela célula de carga é devido à atenuação da resistência dinâmica, uma vez que ocorreu uma redução instantânea de VMX, semelhante ao observado na PCD (figuras 4 a 6). Esta nova teoria apresentada neste artigo foi aplicada com sucesso em um Caso de Obra apresentado por Murakami e Corgnier (2024b).

4 CONCEITO DE RUPTURA GEOTÉCNICA

Segundo a NBR 6122, a carga de ruptura de uma fundação é definida da seguinte forma: “carga que, se aplicada à fundação, provoca perda do equilíbrio estático ou deslocamentos que comprometem sua segurança ou desempenho; correspondente à força resistente última (geotécnica) da fundação.”

A norma ainda cita que “A carga de ruptura da estaca ou tubulão de prova deve ser considerada definida quando ocorrer ruptura nítida, caracterizada por deformações continuadas sem novos acréscimos de carga”.

Diante do apresentado anteriormente, o conceito de ruptura nítida da NBR 6122 pode induzir todos os envolvidos (executor, projetista, consultor e cliente final) ao erro, uma vez que “deformações continuadas sem novos acréscimos de carga” é um termo um pouco subjetivo, sem a apresentação de um critério quantitativo. Quanto seria necessário para caracterizar esta deformação continuada? 2mm? 5mm? 10mm? 30mm? À luz do conhecimento da resistência dinâmica apresentada neste artigo e também por Murakami (2024a, 2024b, 2024c), percebe-se na PCD com energia crescente que:

- A relação entre Resistência dinâmica vs. VMX é linear, ou seja, R_d deve crescer em função de VMX, conforme proposto por Murakami (2015) na 1ª condição de contorno para aprimorar as análises CAPWAP. Esta relação entre R_d e VMX é uma adaptação das equações 1 e 2 baseadas no modelo de Smith (1960);
- A relação entre R_d/RMX em função de VMX é linear, ou seja, R_d continua se intensificando mesmo quando ocorre ruptura geotécnica. Neste caso, com o incremento da energia aplicada o valor de RMX fica constante e mesmo assim o valor de R_d continua crescendo;
- Como consequência do item anterior, a resistência total (soma das parcelas de resistência estática e dinâmica) em função de VMX é linear, ou seja, $R_d + RMX$ continua amplificando mesmo no pós ruptura;
- Desta forma, na PCE, quando os deslocamentos estão elevados e a velocidade de deslocamento da estaca está elevada, deve haver uma maior influência de R_d na leitura da carga aplicada através da célula de carga;
- O autor tem observado em PCEs com deslocamentos elevados (deslocamentos maiores que 10% do diâmetro da estaca) que, ao tentar realizar uma mudança de estágio, ou seja, durante a aplicação de vazão de óleo hidráulico, ocorrem picos localizados de resistência medidos pela célula de carga e que imediatamente após interromper o bombeamento de vazão de óleo hidráulico, ocorre uma queda brusca da leitura da célula de carga;
- Neste caso, o acionamento da bomba hidráulica é semelhante ao acelerador de um automóvel, ou seja, o acionamento da bomba é o responsável pela intensificação da velocidade da estaca e consequentemente pelo acréscimo instantâneo de R_d que cai bruscamente assim que o botão da vazão da bomba é interrompida;
- Este fato de redução brusca de R_d na PCE pode induzir o executor a acreditar que essa queda brusca corresponda à uma ruptura geotécnica, quando na verdade se deve a uma queda instantânea de R_d .

Diante do apresentado neste artigo e por Murakami (2024a, 2024b, 2024c), propõe-se neste artigo apresentar um critério de deslocamento mínimo para que a ruptura geotécnica na PCE seja caracterizada como ruptura do tipo nítida, semelhante ao critério de carga mínima na PCD:

- Na PCD, é consenso de que é necessário atingir uma nega mínima de 2mm para que ocorra a mobilização plena da carga estática (Fellenius, 1992);
- No modelo de Smith (1960), que é o mesmo modelo usado pelo CAPWAP na PCD, quando o deslocamento da estaca é insuficiente para atingir o quake a partir de uma certa profundidade y , então não há ativação plena da resistência estática a partir desta profundidade. Neste caso, o valor de RMX obtido na PCD não corresponde à ruptura geotécnica, o que confirma a hipótese de Fellenius (1992) sobre a necessidade de que se tenha um deslocamento mínimo da estaca para ativação plena de RMX;
- Na PCE a idéia é semelhante. Há uma necessidade de se estabelecer um deslocamento mínimo entre estágios consecutivos para que se caracterize uma ruptura geotécnica;
- No estágio n , o recalque deverá ser no mínimo igual ao indicado por algum método de extrapolação da curva carga vs. recalque;
- No estágio n , se o método de extrapolação da curva carga vs. recalque indicar que para atingir a carga deste estágio seja necessário que um deslocamento igual a Y , então não haverá ruptura do tipo nítida enquanto os deslocamentos forem menores que Y , por exemplo, se o método indicar ser necessário deslocar 18 mm na mudança de estágio, então quando se observar 8 mm não será o suficiente para se caracterizar a ruptura; Neste caso, ao se tentar atingir a carga correspondente ao estágio n com aplicações de vazão hidráulica pela bomba, antes de se atingir o deslocamento Y , poderão ser observadas reduções de carga instantâneas no momento do interrompimento da vazão hidráulica. Este fato corresponde a reduções instantâneas de R_d , conforme já explicado anteriormente;

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do apresentado, seguem as conclusões: a) na PCE, em cada estágio a resistência dinâmica atinge um pico sempre no início da aplicação da carga e a mesma vai se dissipando com a estabilização dos deslocamentos, ou seja, a velocidade da estaca vai diminuindo em função do tempo; b) a rigor, a carga aplicada na PCE somente é estática quando a diferença entre leituras consecutivas for ZERO; c) na PCE lenta, por ter o critério de estabilização de recalques, a influência de R_d na leitura estabilizada deverá ser menor que na PCE mista; c) na PCE mista, por não ter estabilização dos deslocamentos na etapa rápida, a porcentagem de R_d vai se intensificando com a carga aplicada, proporcional ao VMX; d) em uma PCE mista a prova não deve “romper”, uma vez que R_d deve sempre crescer com o aumento de VMX, conforme apresentando nas figuras 1 a 6; e) em PCEs com grandes deslocamentos (maior que 10% do diâmetro) pode haver uma “confusão” de que a estaca rompeu, uma vez que tenta-se aplicar pressão hidráulica e a resistência parece atingir um pico e cai rapidamente em função da redução brusca de R_d ;

Propõe-se neste artigo: a) cálculo de R_d na PCE através da 1ª condição de contorno proposta por Murakami (2015); b) os valores de VMX em cada estágio da PCE são conhecidos, então basta aplicar a linearidade entre R_d e VMX para determinar o valor de R_d ; c) critério de deslocamento mínimo para se caracterizar ruptura geotécnica na PCE, semelhante ao critério de nega mínima na PCD; d) Não haverá ruptura geotécnica na PCE enquanto o método de extrapolação indicar que seja necessário atingir um recalque Y ; se o recalque observado na mudança de estágio for menor que Y , então não ocorreu ruptura geotécnica;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aoki, N. (1989) “A new dynamic load test concept”, Drivability of piles (1), Proc. Discussion Session 14, . Int. Conf. Soil Mech. And Found. Eng. (12), Rio de Janeiro, Brazil, pp. 1-4.
- Aoki, N. (1997), “Determination of pile capacity of driven piles on the dynamic increasing energy test”, DSC Thesis, Escola de Engenharia de São Carlos (in Portuguese).
- ABNT (2007) NBR 13208. Estacas Ensaio de carregamento dinâmico. Rio de Janeiro.
- ABNT (2020) NBR 16903. Solo – Prova de carga estática em fundação profunda. Rio de Janeiro.

- Fellenius, B.H. (1992), Is capacity fully mobilized?; Geotechnical News Magazine, Vol. 10, No. 1, pp. 58-61.
- Murakami, D. K., Massad, F. (2014) “Determinação do quake do fuste de estacas pré-moldadas através de provas de carga estática e ensaios de carregamento dinâmico”, XVII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Goiânia.
- Murakami, D. K. (2015) Novo procedimento para a realização de análise capwap no ensaio de carregamento dinâmico em estacas pré-moldadas. Dissertação de Mestrado, EPUSP, São Paulo, Brasil.
- Murakami, D. K.; Cabette, J. F.; Rodriguez, T. G.; Miranda Junior, G., (2016) “Correlação entre prova de carga estática e ensaio de carregamento dinâmico em estaca pré-moldada de diâmetro 50cm”. XVIII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Belo Horizonte.
- Murakami, D. K., Massad, F. (2016) “Determinação do quake do fuste de estacas pré-moldadas através de provas de carga estática e ensaios de carregamento dinâmico”, Geotecnia, N° 137, pp 79-98, 2016.
- Murakami, D. K., Corgnier, F., Silva, A., (2018) “Correlação entre prova de carga estática cíclica e ensaio dinâmico em estaca tubada metálica de 1,0m de diâmetro”. XIX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica Geotecnia e Desenvolvimento Urbano, Salvador.
- Murakami, D. K. (2019) “A New Concept of Match Quality of Settlements for Signal Matching Analysis on the Dynamic Pile Test”, 10th International Conference on Stress Wave Theory and Testing Methods for Deep Foundations, San Diego, California, USA
- Murakami, D. K., Corgnier, F., Silva, A., Cury Filho, D., Paschoalin Filho, J. A., (2019) “Correlation between static and dynamic load test in continuous flight auger piles through the concept of match quality of settlements”. 9º Seminário de Engenharia de Fundações Especiais e Geotecnia, São Paulo.
- Murakami, D. K., Corgnier, F., Silva, A., Cury Filho, D., (2020) On the Use of the Concept of Match Quality of Settlements to Correlate Static and Dynamic Load Test in Franki piles. XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Campinas.
- Murakami, D. K., Corgnier, F., Godinho, H., Saito, E. (2022) Pile Damage Evaluation Through Low Strain Integrity Test and High Strain Dynamic Pile Test in Root Piles. XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica.
- Murakami, D. K., (2024a). Resistência Dinâmica Determinada Através dos Métodos CAPWAP e CASE. XXI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Balneário Camboriú, SC. (artigo submetido)
- Murakami, D. K., (2024b). O Fator De Amortecimento Do Solo No Ensaio De Carregamento Dinamico Com Energia Crescente. XXI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Balneário Camboriú, SC. (artigo submetido)
- Murakami, D. K., Corgnier (2024). Determinação Da Resistencia Dinâmica Em Provas De Carga Estática Através De Resultados De Ensaio Dinâmicos. XXI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Balneário Camboriú, SC. (artigo submetido)
- Pile Dynamics, Inc. (2006) CAPWAP manual, Cleveland, Ohio.
- Smith, E.A.L.; (1960) Pile Driving Analysis by the Wave Equation. Journal of the Mechanics and Foundations Division. Proc. of American Society Civil Engineering (ASCE), agosto, pp. 35-61.