

Análise Probabilística da Estabilidade de um Talude de Corte em Solo Residual de Granito de Cocal do Sul/SC

Alexandre Mosimann Silveira, Eng.

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil, Rua João Pio Duarte da Silva, 205, CEP 88037-000, Florianópolis, SC, Brasil. Email: alexandremosimann@gmail.com

Otávio da Silva Nobre

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil, Rua João Pio Duarte da Silva, 205, CEP 88037-000, Florianópolis, SC, Brasil. Email: otaviosn1997@gmail.com

Gracieli Dienstmann, Ph.D.

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil, Rua João Pio Duarte da Silva, 205, CEP 88037-000, Florianópolis, SC, Brasil. Email: g.dienstmann@gmail.com

RESUMO: Análises probabilísticas aplicadas a taludes de corte e encostas naturais são essenciais para gestão de risco, projeto e manutenção de rodovias. No entanto, muitas das aplicações encontradas em literatura carecem de dados de campo e laboratório apropriados, definindo de forma puramente teórica o conjunto e amplitude de parâmetros considerados nas análises. Neste sentido, o presente artigo apresenta a caracterização estatística dos parâmetros de resistência de um solo residual de granito, no km 362,4 da rodovia SC-108, no município de Cocal do Sul/SC. Para definição da variabilidade dos parâmetros de resistência do solo local foram coletadas quarenta (40) amostras indeformadas a partir de uma distribuição espacial em uma região concentrada de dimensões de 1,15 x 1,15 m e realizados ensaios de caracterização e resistência ao cisalhamento. A distribuição dos moldes seguiu uma distribuição espacial e agrupamento a cada quatro (4) corpos de prova, permitindo a definição de dez (10) envoltórias de resistência. Foram ainda realizados testes de normalidade, que indicaram aderência às funções normal, para representação da distribuição do parâmetro de atrito e peso específico natural do material. A distribuição lognormal mostrou-se mais apropriada para representação da coesão. Com base neste conjunto de resultados, foi realizada análise probabilística de um talude de corte da região, com inclinação de 1(V):1(H), utilizando método de equilíbrio limite e análise de Monte Carlo e distribuição aleatória de parâmetros, através do Software Plaxis LE. Como resultado foi caracterizado um fator de segurança determinístico de 1,2 (Fellenius), com probabilidade de falha de até 5,4%. O trabalho também apresenta uma análise de sensibilidade onde foram avaliados os impactos da variação da inclinação do talude, do coeficiente de variação dos parâmetros e das distâncias de correlação.

PALAVRAS-CHAVE: equilíbrio limite; Monte Carlo; função densidade de probabilidade.

ABSTRACT: Probabilistic analyzes applied to cut slopes and natural slopes are essential for risk management, and highway design and maintenance. However, many of the applications found in the literature lack adequate field and laboratory data, defining in a purely theoretical way the set and range of parameters considered in the analyses. In this sense, this article presents the statistical characterization of the resistance parameters of a residual granite soil, at km 362.4 of the SC-108 highway, in the municipality of Cocal do Sul/SC. To define the variability of local soil resistance parameters, forty (40) undisturbed samples were collected from a spatial distribution in a concentrated region measuring 1.15 x 1.15 m and characterization and shear resistance tests were carried out. The distribution of the molds followed a spatial distribution and grouping every four (4) specimens, allowing the definition of ten (10) resistance envelopes. Normality tests were also carried out, which indicated adherence to normal functions, to represent the distribution of the friction parameter and natural specific weight of the material. The log-normal distribution proved to be more appropriate for representing cohesion. Based on this set of results, a probabilistic analysis was carried out on a cut slope in the region, with a slope of 1(V):1(H), using the limit equilibrium method and Monte Carlo analysis and random distribution of parameters, through the Plaxis LE software. As a result, a deterministic safety factor of 1.2

(Fellenius) was characterized, with a probability of failure of up to 5.4%. The work also presents a sensitivity analysis where the impacts of varying the slope, the coefficient of variation of the parameters and the correlation distances were evaluated.

KEYWORDS: limit equilibrium; Monte Carlo; Probability Density Function.

1 Introdução

A rodovia estadual SC-108 é de extrema importância para o Estado de Santa Catarina, pois é uma rodovia que atravessa quase que integralmente todo o estado de norte a sul, paralela à BR-101. O presente estudo trata do trecho da rodovia SC-108, que passa pelo município de Cocal do Sul. O escopo do projeto elaborado pela Secretaria de Estado da Infraestrutura e Mobilidade – SIE, foi o aumento de capacidade da rodovia através da duplicação, incluindo o contorno leste de Cocal do Sul, cujo relevo é ondulado/montanhoso com elevados cortes e aterros.

Neste cenário, o presente trabalho visa caracterizar a variabilidade inerente de uma seção típica da obra de duplicação em região de solo residual de granito, km 362,4, no qual está previsto um corte de altura média de 16m, escalonado a cada 8m com taludes de 3m de crista e inclinação de 1V:1H. Neste local a campanha preliminar de investigação, sondagem a trado, identificou a presença de solos residuais, com espessuras médias de 3,5 a 5m.

Para o trecho em questão foi realizada sondagem mista complementar, e coleta de amostras indeformadas para realização de ensaios de resistência ao cisalhamento. Objetivou-se realizar um conjunto de ensaios de cisalhamento direto representativos do trecho em questão, e em número suficiente para caracterização da variabilidade estatística de parâmetros de resistência. Definida a caracterização da variabilidade estatística através de médias, desvio padrão e análise da função densidade de probabilidade (normal, lognormal), o conjunto de dados caracterizado foi utilizado em análises de probabilidade de falha.

2 Caracterização da variabilidade

2.1 Fontes de incerteza em geotecnia e teoria de campos aleatórios

Quando falamos de variabilidade e incerteza em geotecnia é importante destacar os conceitos de Phoon e Kulhawy (1999) acerca das fontes de incerteza. Os referidos autores classificam as fontes de incerteza em relação a: (i) variabilidade inerente – definida por processos geológicos que continuamente transformam rochas e solos *in situ*; (ii) variabilidade advinda da investigação - neste item enquadram-se tanto os erros/dispersões oriundos de equipamentos não calibrados, erros de execução bem como a representatividade da amostra coletada; e (iii) ao modelo de transformação – fonte de incerteza introduzida quando as medidas de ensaios de campo e ou laboratório são transformados em parâmetros de projeto.

A variabilidade inerente pode ser discretizada através da representação espacial de campos aleatórios também descrita por Phoon e Kulhawy (1999). Neste contexto, a variabilidade de um parâmetro pode ser descrita por uma componente determinística (tendência do parâmetro, geralmente dependente da profundidade); e uma flutuação (ruído ou resíduo da tendência), de acordo com Equação 1:

$$\xi(x) = t(x) + w(x) \quad (1)$$

onde, $\xi(x)$ é o parâmetro geotécnico a ser modelado, $t(x)$ é a componente de tendência e $w(x)$ é a componente de flutuação ou ruído (fonte).

O termo $w(x)$, que define a flutuação e ou ruído, pode ser associado a propriedades estatísticas como média μ , desvio padrão σ , e distância de autocorrelação Θ (Θ_v e Θ_h , distância de correlação vertical e horizontal, respectivamente). Diferentes métodos para a definição e discretização do ruído podem ser encontrados na literatura. No presente trabalho o método proposto por Fenton e Griffiths (2008), Local Average Subdivision (LAS) será utilizado e comparado de forma direta com resultado de campos homogêneos.

O método LAS subdivide a região de interesse partindo de uma célula “pai” com média a ser preservada.

A célula pai será inicialmente subdividida em duas células “filhas” que deverão representar a mesma média global inicial. Essas células são subdivididas mantendo o critério de médias globais e estrutura de correlação. A estrutura de correlação dita a distância até a qual existe forte relação entre parâmetros, esta relação pode ser expressa pela distância de correlação em x (Θ_h) e y (Θ_v). Maiores detalhes sobre o algoritmo LAS podem ser encontrados em Fenton e Griffiths (2008).

2.2 Medidas estatísticas básicas de variação

Para Phoon e Ching (2014), o grau de dispersão de uma variável é mais facilmente percebida quando expressa pelo coeficiente de variação, adimensional, que é a relação entre o desvio padrão (σ) e a média (μ), demonstrada na equação abaixo.

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (2)$$

Temos na bibliografia diversos modelos de probabilidades como: normal, lognormal, binomial, Poisson, dentre outros. Para a geotecnia, as principais funções densidade de probabilidade são a normal e lognormal.

A escala de flutuação, ou distância de correlação, de uma determinada propriedade é uma medida de distância dentro da qual os pontos do maciço apresentam valores da mesma ordem de grandeza, relativos à tendência da curva de regressão, indicando a existência de uma correlação entre as propriedades de pontos adjacentes (Wickremesinghe e Campanella, 1993). A obtenção da distância de correlação necessita de uma amostragem representativa vertical e horizontal para cálculo da correlação entre parâmetros. Ensaio de campo como o ensaio SPT e piezocone podem ser utilizados. O ensaio de piezocone tem se destacado pois possui medidas contínuas ao longo da profundidade que permitem identificar pequenas variações ao longo do perfil (Salgado et al. 2015).

2.3 Método de equilíbrio limite e probabilidade de falha

Métodos de equilíbrio limite aplicados a análise de estabilidade de taludes consistem na definição de uma superfície de falha onde atuam forças instabilizantes e estabilizantes. Equações de equilíbrio de esforços são aplicados pelos diferentes métodos para quantificação do Fator de Segurança (FS). De forma geral, o fator de segurança é escrito pela relação entre esforços resistentes e esforços atuantes. Para quantificação da probabilidade de falha (P_f), utilizando um método de equilíbrio limite, são necessárias repetidas realizações em uma abordagem de Monte Carlo (MCM). A partir do conjunto de realizações pode ser calculada a probabilidade de falha de acordo com a Equação 3:

$$P_f = \frac{n_f}{n_t} \quad (3)$$

onde, n_f é o número de instâncias de simulação que atingem falha de talude ($FS < 1$); n_t é o número total de instâncias de simulações.

No presente trabalho foi adotado o software PLAXIS LE, o qual realiza análises de estabilidade de taludes pelos métodos clássicos de equilíbrio limite (Fellenius, Bishop, M-P, Janbu, etc...) além de disponibilizar um módulo para avaliação da probabilidade de falha. Para probabilidade de falha o usuário pode considerar a variação do material em campo homogêneo e ou aleatório. Na consideração de campo homogêneo cada nova rodada recebe um único novo valor de parâmetro aleatório, respeitando os critérios estatísticos associados. Na modelagem com campo aleatório cada nova rodada gera um campo não homogêneo, com distribuição espacial seguindo a proposta dos métodos LAS. Ao fim da avaliação o software retorna FS médio e probabilidade de falha. Nas análises probabilísticas o usuário pode ainda optar pela superfície de falha fixa (*fixed*) a qual é definida inicialmente considerando o material homogêneo ou variável (*floating*). Considerando a superfície variável é feita a investigação da superfície de menor fator de segurança para cada campo de parâmetros analisado, requerendo maior recurso computacional de processamento.

3. Investigação geotécnica km 362,4

3.1 Sondagem Mista

Visando identificar o perfil típico da região do km 362,4 foi realizada uma sondagem mista. Constatou-se a partir desta a presença de material argiloso, intercalado por material granular pedregulhoso, até a profundidade de 2,50 m. A partir deste ponto a sondagem apresenta rocha alterada. A sondagem por rotativa seguiu até 6,5 metros visando a confirmação do tipo de material. O nível freático não foi caracterizado. Com base na recuperação de testemunhos a rocha fragmentada foi classificada como muito resistente (R4) e extremamente fraturada (F4) com índice de recuperação 46% entre de 2,5 a 5m, e de 32% entre 5 e 6,5m. A análise visual da textura da rocha permitiu sua classificação como granito. Embora a sondagem mista do ponto avaliado destacou a presença de rocha alterada já a 2,5m, o perfil da região apresenta espessuras médias de solo residual de até 5m. O presente trabalho visou caracterizar o comportamento deste solo residual. Para tanto, uma campanha de ensaios de laboratório foi devida.

3.2 Ensaios de resistência ao cisalhamento

A coleta das amostras indeformadas ocorreu nos dias 4 e 5 de maio de 2023. Foram coletadas 40 amostras com dimensões de 0,10 m x 0,10 m x 0,03 m, configurando 40 moldes retangulares a serem utilizados em ensaios de cisalhamento direto (ver Figura 1). Essas 40 amostras foram ensaiadas para a definição de 10 envoltórias de resistência (4 amostras por envoltória). Neste sentido, busca-se a caracterização da variabilidade dos parâmetros de resistência, ângulo de atrito e coesão. Para que a caracterização proposta seja representativa de um mesmo material as 40 amostras foram coletadas em uma região de extensão de 1,15 x 1,15 m. A distribuição dos moldes seguiu a mesma formatação do trabalho desenvolvido por Branco (2014). A Figura 1 também apresenta a planta esquemática para coleta das 40 amostras indeformadas para a realização dos ensaios de cisalhamento direto. Os números em azul representam as amostras coletadas e em vermelho os conjuntos de quatro amostras para cada envoltória. As medidas são em centímetros. A distribuição dos moldes seguiu uma distribuição espacial e agrupamento a cada quatro (4) corpos de prova, permitindo a definição de dez (10) envoltórias de resistência. Os ensaios foram realizados na condição inundada, sob tensões confinantes iniciais de 31,53; 52,55; 73,56 e 105,09 kPa.

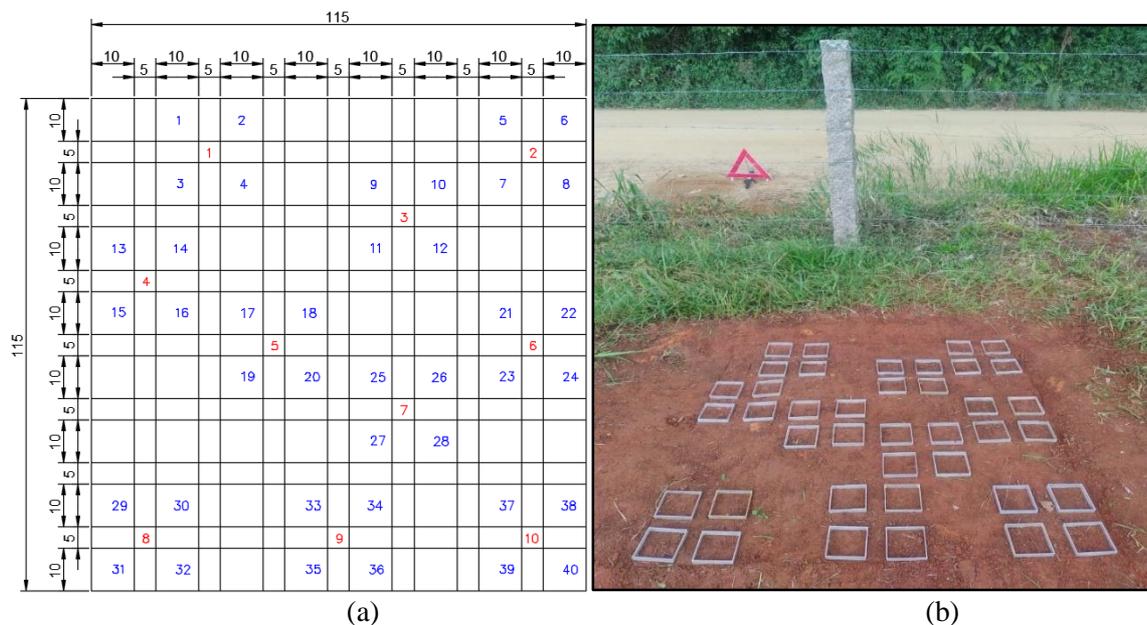


Figura 1 – distribuição espacial (a) planta de localização e (b) detalhe de locação em campo

Fonte: Nilo Rodrigues

3.3 Interpretação estatística

A Tabela 1 apresenta o resumo dos resultados de coesão efetiva e ângulo de atrito efetivo para cada envoltória realizada.

Tabela 1 – Resumo dos resultados
 Fonte: dos autores

Parâmetro	Envoltória										Mínimo	Máximo	Média	Desvio padrão	COV
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
c'	17,5	6,5	20,0	17,6	11,6	9,7	7,6	10,7	13,8	2,0	2,0	20,0	11,7	5,6	48,1%
ϕ'	25,2	25,8	22,5	25,0	24,8	28,3	32,5	31,9	29,1	36,6	22,5	36,6	28,2	4,4	15,5%

Observa-se, pelos resultados acima apresentados, que os valores de coesão efetiva variaram entre 2,0 e 20,0 kN/m², com uma média de 11,7 kN/m², desvio padrão de 5,6 kN/m² o que resulta em um coeficiente de variação de 48,1%. Para o ângulo de atrito efetivo os valores variaram entre 22,5 e 36,6 graus, com uma média de 28,2°, desvio padrão de 4,4° e coeficiente de variação de 15,5%. Constata-se um valor bem superior de coeficiente de variação de coesão efetiva em relação ao ângulo de atrito efetivo, fato este também constatado por Campello et al. (2019) e Lacasse e Nadim (1998), entre outros. Também foi realizada análise da distribuição da massa específica a partir das 40 amostras ensaiadas, que resultou em um valor médio de 1,785 g/cm³, com desvio de 0,1 g/cm³ e COV de 4,6%.

A análise de aderência a PDF foi realizada através do comparativo direto entre histogramas dos dados reais e funções teóricas, conforme ilustrada na Figura 2 para o ângulo de atrito e na Figura 3 para a coesão. Na referida figura também são representados os gráficos Q-Qs, distribuição de quantis amostrais e teóricos.

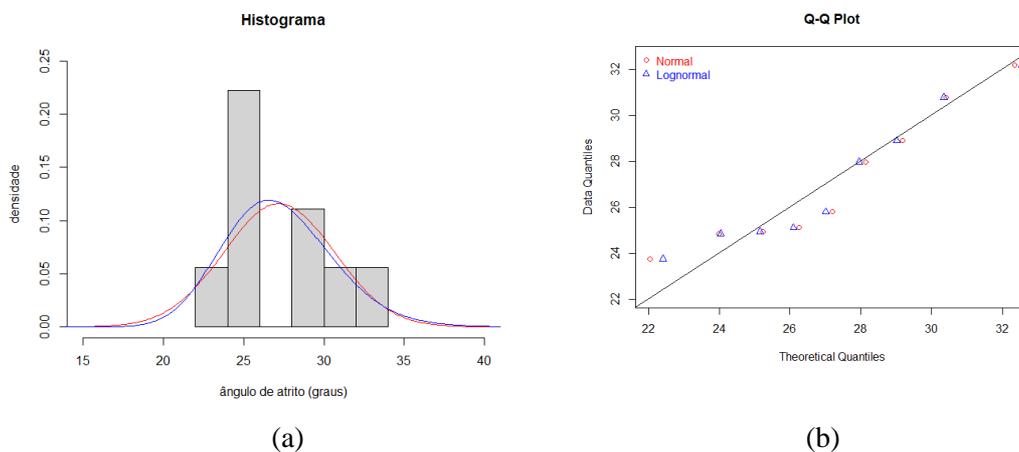


Figura 2 – ângulo de atrito: (a) histograma dos dados e curvas teóricas; (b) Q-Q plot

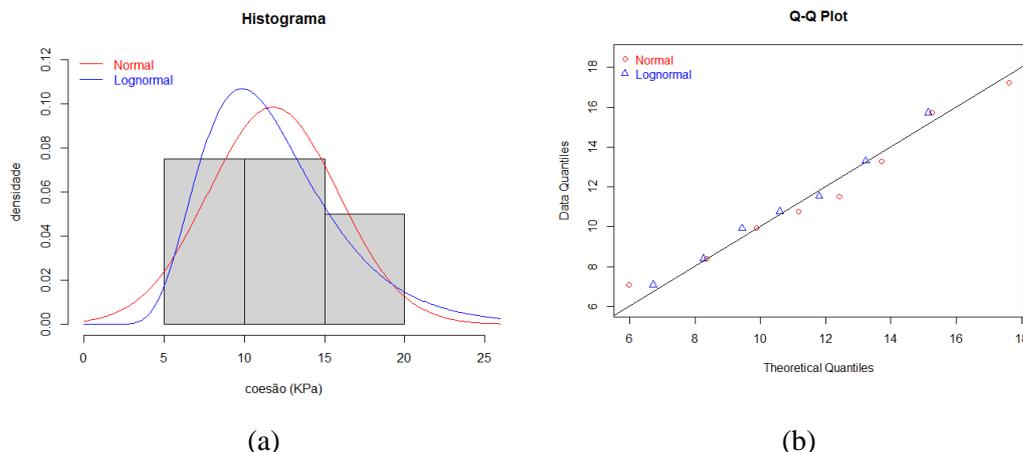


Figura 3 – coesão: (a) histograma dos dados e curvas teóricas; (b) Q-Q plot

4. Aplicação numérica: análise de estabilidade e probabilidade de falha

4.1 Análise de sensibilidade

Visando um melhor entendimento de como as características de variação espacial interferem na estabilidade e probabilidade de falha foi realizada uma análise de sensibilidade. Foram simulados três taludes com inclinações diferentes, 1(V):1(H), 1(V):1,5(H) e 1(V):2(H), todos com 11 m de altura. O solo foi simulado com as seguintes propriedades geotécnicas, inicialmente consideradas como determinísticas: coesão 5 kPa, ângulo de atrito 30° e peso unitário 19 kN/m^3 . As funções densidade de probabilidade de falha foram: normal para ângulo de atrito e peso específico e lognormal para a coesão. Os métodos de cálculo foram: Fellenius, Bishop, Janbu, Spencer, Morgenster-Price (MR) e Fredlund (GLE).

Foram simuladas 66 combinações de parâmetros para cada geometria de talude avaliado, totalizando 198 combinações. Na simulação 0 de cada seção foram considerados todos os parâmetros com seus valores determinísticos para quantificação do FS da seção homogênea. Nas simulações de 1 a 65 foram estabelecidas variações espaciais nas dimensões X e Y de acordo com a seguinte estrutura lógica: As simulações de 1 a 10 avaliaram somente a variação do ângulo de atrito, assumindo valores de COV de 5% e 15%; nas simulações de 11 a 20 foi avaliado o impacto da variação da coesão, assumindo valores de COV de 20% e 50%; na sequência, as simulações de 21 a 30 avaliaram o impacto da variação do peso específico, variando de acordo com COV de 3% e 7%. Em todas as variações as distâncias de correlação foram de 0,5 m, 1 m e 2 m verticais e 5 m, 10 m e 20 m horizontais. Por fim, as simulações de 31 a 65 realizaram a variação simultânea de todos os parâmetros avaliados. Cada simulação ainda contou com a análise de duas condições para a localização crítica da superfície de deslizamento: *fixed* e *floating*, mas neste último caso, por questões de tempo de processamento, apenas para o método Fellenius foi avaliado. Como resultados observou que o fator de segurança determinístico é aproximadamente idêntico aos fatores de segurança médios obtidos das análises probabilísticas. Os valores de fator de segurança (FS) obtidos para as diferentes inclinações (1:1, 1:1,5 e 1:2) e solo-homogêneo foram de 0,9, 1,2 e 1,6, para o método de Fellenius, 0,9, 1,2 e 1,8, para os métodos de Bishop, de Spencer, de Morgenster-Price (MR) e de Fredlund (GLE) e 0,9, 1,1 e 1,7, para o método Janbu, respectivamente. Em relação a probabilidade de falha o resultado foi de 0% de probabilidade para as simulações no talude 1(V):2(H); 23% das simulações apresentaram probabilidade de falha de 0,1 a 2,8% considerando o talude com inclinação de 1(V):1,5(H) e; para o talude 1(V):1(H) todas as simulações resultaram em probabilidade de falha alta, entre 75 e 100%.

Variando-se os coeficientes de variação para as propriedades geotécnicas não há alteração dos fatores de segurança médios, seja *fixed* ou *floating*, para todos os taludes. Para a coesão e para o ângulo de atrito, aumentando-se o COV, reduz-se a probabilidade de falha (PF), para taludes 1(V):1(H). A PF para o peso específico não se altera com a alteração do COV. Para os demais taludes, conforme explanado anteriormente, a PF é de 0% em quase sua totalidade.

Em relação as diferentes distâncias de correlação modeladas, observou-se para o talude 1(V):1(H) que um incremento na distância horizontal reduz a probabilidade de falha. Para as simulações de distâncias de correlação realizadas no talude 1(V):2(H) não há alteração dos resultados variando-se as combinações para as distâncias de correlação vertical e horizontal. Para o talude 1(V):1,5(H) nas simulações que apresentaram probabilidade de falha na condição *fixed* diferente de 0%, os maiores percentuais de falha ocorreram com distância vertical igual a 2 m e horizontal igual a 5 m (menor distância horizontal modelada).

Variando-se entre as condições *fixed* e *floating*, para as simulações realizadas no talude 1(V):2(H) não há alteração dos resultados alterando-se a localização crítica da superfície de deslizamento, lembrando que, neste caso, as simulações foram efetuadas apenas para o método de Fellenius. Para o talude 1(V):1,5(H), a modelagem com superfície variável (*floating*) indicou uma maior probabilidade de falha, 23% dos casos apresentaram probabilidade de falha diferente de 0%, variando entre 0,1% e 8,4% (na condição *fixed* apenas 5% dos casos apresentaram probabilidade acima de 0% entre 0,1 e 1,2%). Nas simulações com o talude 1(V):1(H), na condição *floating* todos os resultados de probabilidade também foram iguais ou superiores à condição *fixed*, caracterizando um incremento médio de 15% nas probabilidades quando adotada a condição *floating*.

4.2 Seção típica com parâmetros definidos para o km 362,4 da rodovia estadual SC-108

Neste capítulo são apresentadas as simulações efetuadas no software Plaxis LE, adotando-se a mesma geometria de talude do capítulo anterior, com inclinação 1(V):1(H), mas agora com os parâmetros geotécnicos obtidos dos ensaios realizados em Cocal do Sul/SC: coesão efetiva média de 11,6 kPa, COV 47,8% e PDF lognormal, ângulo de atrito efetivo médio de 28,1° e COV 15,6%, PDF normal; e peso específico médio de 17,9 kN/m³, COV 4,6%. e PDF normal. Foi analisada somente a variação conjunta dos parâmetros e para as distâncias de correlação, não havendo dados específicos de campo, foram adotadas 0,5 m, 1 m e 2 m para distâncias de correlação verticais e 5 m, 10 m e 20 m para distâncias de correlação horizontais. No total foram avaliadas 6 combinações, sendo uma com solo homogêneo e cinco considerando a variabilidade.

Os valores de fator de segurança (FS) obtidos e solo-homogêneo foram de 1,1, para os métodos de Fellenius e de Janbu, 1,2, para os métodos de Bishop, Spencer, Morgenster-Price (MR) e Fredlund (GLE). Valores similares aos médios obtidos na análise probabilística.

Com relação a probabilidade de falha todas as simulações apresentaram probabilidade acima de zero, variando entre 0,2% e 5,8%, na condição *fixed*. Em relação às distâncias de correlação modeladas observou-se um incremento da probabilidade de falha com o incremento da relação Θ_h/Θ_v .

Na avaliação da condição *floating* todos os resultados de probabilidade de falha foram superiores à condição *fixed*, variando entre 5,0% e 17,1%.

5. Conclusões

Este artigo demonstra que, apesar dos fatores de segurança permanecerem os mesmos com solo homogêneo e quando introduzida a variabilidade, este último incorpora um novo elemento nas análises de estabilidade que é a probabilidade de falha, demonstrando a importância da consideração da variabilidade nos estudos de estabilidades de taludes.

Conclui-se ainda que há uma tendência de crescimento da probabilidade de falha quando reduzida a distância horizontal e quando simulada na condição *floating*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bishop, A.W. (1955) – *The use of the Slip Circle in the Stability Analyses of Slope*. Geotechnique, 5(1), p.7-17.
- Fellenius, W. (1936) – *Calculation of the Stability os Earth Dams*. 2nd International Congress on Large Darns. Washington.
- Fredlund, D.G., Krahn, J. (1977) – *Comparison of Slope Stability Methods of Analysis*. Canadian Geotechnique Journal, 14, p.429-439.
- Janbu, N. (1954) – *Stability Analysis of Slopes with Dimensionless Parameters*. Ph. D. Thesis is Civil Engineering. Faculty of Arts and Sciences of Harvard University.
- Morgenstern, N.R., Price, V.E. (1965) – *The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces*. Geotechnique, 15, p.79-93.
- Spencer, E. (1967) – *A Method for Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Interslice Forces*. Geotechnique, 17(1), p.11-26.
- Campello, I.C. et al. (2019) – *Variabilidade de Propriedades Geotécnicas*. XXXII Seminário Nacional de Grandes Barragens. Salvador.
- Baecher, G.B.; Christian, J.T. (2003) – *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. John Wiley & Sons Inc. New York.
- Cho, S.E.; Christian, J.T. (2007) – *Effects of spatial variability of soil properties on slope stability*. Science Direct, South Korea.
- Branco, L.C.P.D. (2011) – *Aplicação de Conceitos de Fiabilidade a Solos Residuais*. Dissertação de Mestrado, Mestrado Integrado em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 141 p.
- Phoon, K.K.; Kulhawy, F.H. (1999) – *Characterization of Geotechnical Variability*. Can. Geotech J.. Canada.
- Lacasse, S.; Nadim, F. (1998) – *Risk and Reliability in Geotechnical Engineering*. International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering. Missouri.
- Fenton, G.A.; Griffiths, D.V. (2018) – *Risk Assessment in Geotechnical Engineering*. New Jersey.
- Uzielli, M.; Lacasse, S.; Nadim F.; Phoon, K. K. (2006). *Soil Variability Analysis for Geotechnical Practice. International Workshop on Characterization and Engineering Properties of Natural Soils*. Singapura.
- Silva, C.C. (2015) – *Análise de Estabilidade de um Talude da Cava de Alegria Utilizando Abordagem Probabilística*. Dissertação de Mestrado, Pós Graduação em Engenharia Geotécnica da Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, 104 p.
- Perini, L. (2021) – *Caracterização da Variabilidade de Rejeitos de Mineração de Ouro e sua Influência na Análise do Efeito da Velocidade no Ensaio CPTU*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade federal de Santa Catarina, 157 p.
- Forrest, W.; Orr, T. (2010) – *Reability of Shallow Foundations Designed to Eurocode 7*. Georisk.