

# Estudo Numérico da Influência do Rebaixamento do Nível D'água Subjacente no Comportamento Hidromecânico Não Saturado de um Aterro

José Eduardo Prates Fernandes da Silva

Mestrando, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Bauru, Brasil, [jose.prates@unesp.br](mailto:jose.prates@unesp.br)

Roger Augusto Rodrigues

Professor, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Bauru, Brasil, [roger.rodrigues@unesp.br](mailto:roger.rodrigues@unesp.br)

Michael Andrade Maedo

Professor, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Uberlândia, Brasil, [michael.maedo@ufu.br](mailto:michael.maedo@ufu.br)

**RESUMO:** As deformações nos solos não saturados estão relacionadas com seu comportamento hidromecânico (HM), governado por variáveis de tensões representativas, das quais destaca-se a sucção. É avaliado no presente trabalho, por meio de experimentos numéricos, o comportamento das deformações volumétricas desenvolvidas em um talude de aterro de uma rodovia e os recalques na superfície em resposta à alteração do estado de tensões condicionada pelo rebaixamento do nível d'água realizado para possibilitar o tratamento do solo para a implantação de um bueiro metálico por método não destrutivo. O aterro apresenta-se com uma porção superior de solo não saturado, e outra, subjacente, saturada. As análises numéricas foram conduzidas de forma totalmente acoplada, por meio do programa CODE\_BRIGHT. Para a simulação do comportamento mecânico do aterro, o Modelo Básico de Barcelona (BBM) foi utilizado. Como subsídio à análise HM, as variáveis grau de saturação, pressão do líquido, deslocamento e deformação vertical foram selecionadas. Também foram avaliadas as influências dos parâmetros constitutivos tensão de cedência  $p_0^*$  e de compressão elastoplástico do solo saturado  $\lambda(0)$  do modelo mecânico em relação ao comportamento da variação volumétrica do solo através de análises paramétricas. Os resultados indicaram influências dos parâmetros  $p_0^*$  e  $\lambda(0)$  nos recalques.

**PALAVRAS-CHAVE:** Rodovia, solos não saturados, deformação, BBM, rebaixamento, recalque.

**ABSTRACT:** The deformations in unsaturated soils are related to their hydromechanical (HM) behavior, governed by representative stress variables, of which suction stands out. In the present study, the behavior of volumetric deformations developed in an embankment slope of a highway and the settlements on the surface in response to the change in stress state conditioned by the lowering of the water level, carried out to enable soil treatment for the installation of a metal culvert by non-destructive method, is evaluated through numerical experiments. The embankment presents an upper portion of unsaturated soil and another, underlying, saturated portion. The numerical analyses were conducted in a fully coupled manner, using the CODE\_BRIGHT program. For the simulation of the mechanical behavior of the embankment, the Basic Barcelona Model (BBM) was used. As support for the HM analysis, the variables degree of saturation, liquid pressure, displacement, and vertical deformation were selected. The influences of the constitutive parameters yield stress  $p_0^*$  and elastoplastic compression of the saturated soil  $\lambda(0)$  of the mechanical model regarding the behavior of volumetric variation of the soil were also evaluated through parametric analyses. The results indicated influences of the parameters  $p_0^*$  and  $\lambda(0)$  on the settlements.

**KEYWORDS:** Highway, unsaturated soils, deformation, BBM (Barcelona Basic Model), lowering, settlement.

## 1 INTRODUÇÃO

As deformações desenvolvidas nos solos consistem em um dos aspectos mais importantes na área de projetos geotécnicos. A manifestação das deformações está relacionada à ocorrência de variações no estado de tensões dos solos. Carregamentos atuantes que promovem uma tensão mecânica, induzem intrinsecamente a interação hidro-mecânica (HM) entre o fluxo de água subterrânea e o esqueleto sólido, promovendo alterações nas pressões intersticiais e induzindo variações volumétricas do meio poroso (Kim, 2000).

O conhecimento da magnitude das deformações é de grande importância para a prevenção de situações indesejadas e tomadas de decisões quanto a definições de concepções e metodologias construtivas em projetos de engenharia, visando a segurança e vida útil das obras e dos empreendimentos.

O comportamento HM dos solos pode ser influenciado por uma variedade de parâmetros intrínsecos, que por sua vez, estão sujeitos a diversos fatores, a incluir o histórico geológico, características e composições granulométricas, condições climáticas do meio dentre outros. Nos solos não saturados, as variáveis representativas do estado de tensões influenciam o seu comportamento HM, comandando a intensidade das deformações (Rodrigues, 2007). Diversos autores destacam a importância da variável sucção matricial frente a sua significativa influência no comportamento mecânico dos solos não saturados (Josa et al., 1987; Showkat & Sivakumar Babu, 2023). Saab (2016) realizou monitoramentos em campo da sucção no solo de Bauru – SP e confrontou os resultados obtidos com dados de pluviometria monitorados pelo Instituto de Pesquisas Meteorológicas da UNESP – Bauru (IPMet), verificando a ocorrência de perfis elevados de sucção na superfície do terreno em períodos de estiagem e valores reduzidos durante períodos de precipitações, evidenciando a estreita relação da sucção matricial com a quantidade de água presente no solo. Dessa forma, a curva de retenção do solo apresenta-se como um importante instrumento que permite relacionar o valor da sucção matricial com a quantidade de água presente no solo (Fredlund & Rahardjo, 1993; Vilar, 2004). Diante do contexto, é de suma importância a consideração das particularidades do comportamento dos solos não saturados na previsão de deformações e recalques (Ali et al., 2021; Rodrigues et al., 2021; Wu et al., 2024).

Os avanços na tecnologia da computação tornaram altamente viáveis a utilização de programas de simulações numéricas para representar e reproduzir o comportamento físico de problemas de engenharia de forma bastante precisa e eficiente. Os programas baseados em Métodos de Elementos Finitos (MEF) e Métodos de Diferenças Finitas são amplamente difundidos para simular o comportamento termo-hidro-mecânico (THM) de obras geotécnicas.

Este trabalho avalia por meio de simulações numéricas o recalque desenvolvido no topo do aterro de uma rodovia em reaposta ao efeito do rebaixamento do nível d'água realizado pela aplicação de uma pressão a vácuo em drenos instalados em sua estrutura. Também foram avaliadas as influências dos parâmetros constitutivos  $p_0^*$  e  $\lambda(0)$  do modelo mecânico em relação ao comportamento da variação volumétrica do solo através de análises paramétricas. A tensão de cedência do solo ( $p_0^*$ ) é equivalente à tensão de pré-adensamento e corresponde à pressão máxima que o solo experimentou em algum momento de sua história geológica. O parâmetro de compressão elastoplástico do solo saturado  $\lambda(0)$  corresponde ao valor da inclinação da reta virgem de compressão do solo, sendo, obtido no plano  $\ln p$ - $e$ .

## 2 ESTRUTURA MATEMÁTICA

A estrutura matemática do trabalho foi fundamentada nas equações governantes apresentadas por Olivella et al. (1994), categorizadas em equações de balanço, equações constitutivas, restrições de equilíbrio, e condições iniciais e de contorno.

Para descrever as equações de balanço, as seguintes notações são utilizadas: sobrescritos  $w$  e  $a$  referem-se a água e ar, respectivamente, enquanto os subscritos:  $s$ ,  $l$  e  $g$  referem-se às fases sólida, líquida e gasosa, respectivamente.

O balanço de massa de água é dado pela Equação (1), na qual o primeiro termo é a variação temporal da massa de sólidos, o segundo termo é o divergente do fluxo e  $f^w$  corresponde à massa de água fornecida ou consumida pelo meio. Assim,

$$\frac{\partial(\omega_l^w \rho_l S_l \phi + \omega_g^w \rho_g S_g \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{j}_l^w + \mathbf{j}_g^w) = f^w \quad (1)$$

sendo  $\phi$  a porosidade,  $\omega_\alpha^i$  é a fração mássica da espécie  $i$  na fase  $\alpha$ ,  $\rho_\alpha$  a densidade da fase  $\alpha$ ,  $S_\alpha$  é o grau de saturação da fase  $\alpha$ ,  $t$  é o tempo e  $\mathbf{j}_\alpha^i$  é o fluxo da espécie  $i$  na fase  $\alpha$ .

O balanço de massa de sólidos é descrito pela Equação (2) a seguir:

$$\frac{\partial(\theta_s(1-\phi))}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{j}_s) = 0 \quad (2)$$

onde  $\theta_s$  é a massa volumétrica do sólido. O balanço de momento linear é caracterizado pela Equação (3), na qual são desprezados os termos inerciais.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0 \quad (3)$$

com  $\nabla \cdot (\cdot)$  sendo o divergente de  $(\cdot)$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  o tensor de tensão de Cauchy e  $\mathbf{b}$  é o vetor de forças do corpo.

Neste trabalho, a pressão do gás e a temperatura do meio foram mantidas constantes (isto é,  $P_g = 0,1\text{MPa}$  e  $T = 20^\circ\text{C}$ ), dessa forma a equação de balanço de massa de ar e a equação de balanço de energia interna (de calor) foram desprezadas.

A lei de Darcy, descrita pela Equação (4), permite relacionar o fluxo advectivo,  $\mathbf{q}_l$ , para a fase líquida com gradientes de pressão, onde  $\mathbf{k}$  é o tensor de permeabilidade intrínseca;  $k_r$  é a permeabilidade relativa;  $\mu$  é a viscosidade dinâmica;  $P$  é a pressão; e  $\mathbf{g}$  é um vetor das forças gravitacionais.

$$\mathbf{q}_l = -k \frac{k_{rl}}{\mu_l} (\nabla P_l - \rho_l \mathbf{g}) \quad (4)$$

A Curva de retenção estabelece a relação entre a quantidade de água presente no solo (grau de saturação) e a sucção  $s$  ( $P_g - P_l$ ). Neste trabalho foi utilizado o modelo de Van Genuchten (1980), descrito pela Equação (5),  $S_{rl}$  e  $S_{ls}$  são, respectivamente, os graus de saturação residual e máximo,  $P = P_0(\sigma/\sigma_0)$  está associado a pressão de entrada de ar, a qual corresponde à medida de pressão capilar necessária para início do estado de não saturação,  $\sigma$  é a tensão superficial a uma temperatura  $T$ ,  $\sigma_0$  é a tensão superficial à temperatura de  $P_0$  (adotado  $0,072\text{ N/m}$  para temperatura igual a  $20^\circ\text{C}$ ), e  $\lambda$  é a função de forma da curva de retenção de água no solo.

$$S_e = -\frac{S_l - S_{rl}}{S_{ls} - S_{rl}} = \left( 1 + \left( \frac{P_g - P_l}{P} \right)^{\frac{1}{1-\xi}} \right)^{-\xi} \quad (5)$$

A permeabilidade relativa da fase líquida é descrita pela Equação (6), onde  $k_{rl}$  é a permeabilidade relativa da fase líquida,  $S_e$  é o grau de saturação e  $\xi$  é a função de forma da curva de retenção de água no solo.

$$k_{rl} = \sqrt{S_e} \left( 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{\xi}} \right)^\xi \right)^2 \quad (6)$$

A densidade ou massa volumétrica da fase líquida foi determinada pela Equação (7), onde,  $\rho_{l0}$  é a massa volumétrica de fase líquida de referência ( $1002,6\text{ kg.m}^{-3}$ );  $\beta$  é a compressibilidade da água ( $4,5 \times 10^{-4}\text{ MPa}^{-1}$ );  $P_{l0}$  é a pressão de referência ( $0,1\text{ MPa}$ );  $\alpha$  é o coeficiente de expansão térmica para a água ( $-3,4 \times 10^{-4}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ );  $\gamma$  é a variação da solução (aplicável para ambientes salinos).

$$\rho_l = \rho_{l0} \exp \left[ \beta (P_l - P_{l0}) + \alpha T + \gamma \omega_l^h \right] \quad (7)$$

A relação tensão-deformação do problema foi estabelecida utilizando-se o modelo mecânico elastoplástico BBM. O equacionamento do modelo pode ser verificado em Alonso et al (1990).

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

O aterro estudado integra o corpo estradal de uma rodovia localizada no interior do Estado de São Paulo, no município de Marília que dista cerca de 110 km da cidade de Bauru, onde localiza-se a Faculdade de Engenharia de Bauru da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (FEB/UNESP). Os municípios estão insetidos no mesmo contexto geológico, sobre a denominada Formação Marília (K2m), pertencente à unidade litológica Grupo Bauru (Mapa Geológico do Estado de São Paulo - CPRM, 2006).

Como subsídio à composição do modelo numérico, foram utilizados os seguintes dados disponíveis do aterro: Levantamento planialtimétrico cadastral, ensaios *in situ* e de laboratório que contemplam quatro perfis de sondagens à percussão do tipo SPT (SP-01, SP-02, SP-03 e SP-04), análise granulométrica, massa específica dos sólidos, umidade, índices de consistência. Os elementos permitiram a definição do perfil geológico-geotécnico apresentado na Figura 1. Na Tabela 1 são apresentadas as frações granulométricas e os índices de consistência do material do aterro. A Tabela 2 contém os índices físicos obtidos dos ensaios.

Os ensaios apontam uma camada de aterro de areia fina-média silto-argilosa marrom avermelhada escura fofa ( $N-SPT \leq 4$  golpes) da ordem de 11,0 m espessura, com presença do nível freático à profundidade média de 7,8 m. Sob a camada de aterro foi verificada porção de solo de alteração de rocha composta de areia fina-média argilosa marrom avermelhada escura compacta ( $19 \leq N-SPT \leq 40$ ) a muito compacta ( $N-SPT \geq 40$ ) com espessura de 1,0 a 4,5 m. Abaixo do solo de alteração verificou-se a presença da rocha matriz de arenito.

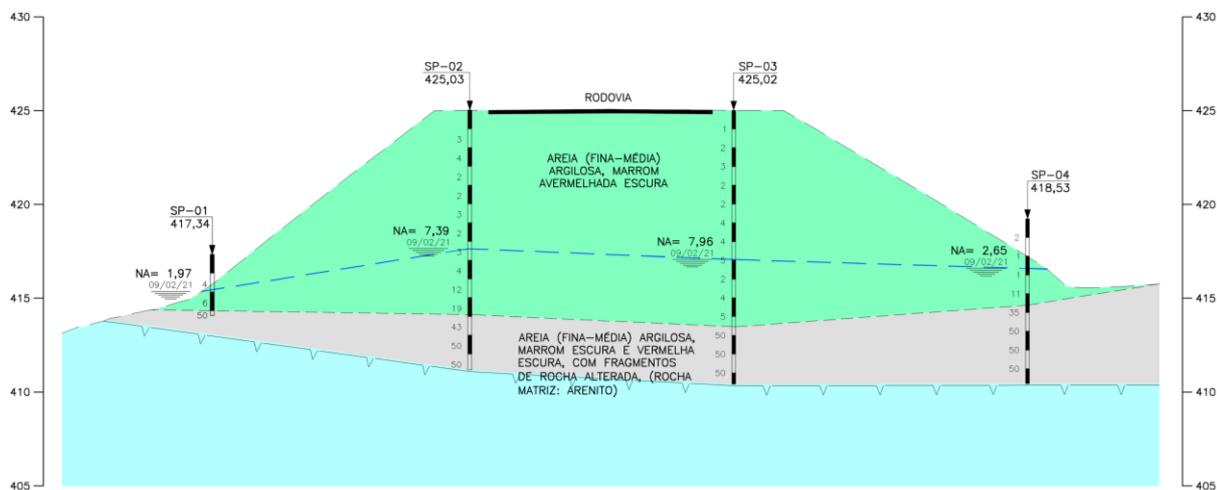


Figura 1 – Perfil geológico-geotécnico representativo do modelo

Tabela 1 – Porcentagem granulométrica e limites de consistência do aterro

Argila (%)	Silte (%)	Areia (%)	LL (%)	LP (%)	IP (%)
9	12	79	25	18	7

Tabela 2 – Índices físicos do material do aterro

$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	e	w (%)	$S_r$ (%)
2,700	1,66	1,50	0,80	10,89	29,4

Ao material do aterro (Solo1) foram atribuídas propriedades elastoplásticas e utilizado o modelo constitutivo BBM para a previsão do comportamento mecânico. Os parâmetros mecânicos e hidráulicos foram

determinados com base em ensaios de compressão triaxial, compressão edométrica, retenção de água e permeabilidade, conduzidos no Laboratório de Mecânica dos Solos da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista (FE/Unesp) com amostras do solo de Bauru (Fernandes, 2016; Saab, 2016), o qual apresenta características físicas e propriedades mecânicas similares ao aterro estudado. Os ensaios de compressão triaxial e de compressão edométrica saturados foram realizados por contrapressão e saturação por capilaridade, respectivamente, enquanto os ensaios não saturados foram realizados por meio da técnica de translação de eixo para imposição e controle de sucção. Às camadas subjacentes (Solo 2 e Solo 3) foram atribuídas propriedades elásticas e o modelo elástico linear foi empregado. Os valores dos módulos de elasticidade (E) e dos coeficientes de Poisson ( $\nu$ ) foram estabelecidos com base nos resultados das medidas N-SPT das sondagens disponíveis através de correlações propostas por Schnaid e Odebrecht (2014) e Teixeira e Godoy (1996). Admitiu-se o sistema em condição isotérmica e submetido à pressão atmosférica ( $T = 20^\circ\text{C}$  e  $P_g = 0,10 \text{ MPa}$ ). Nas Tabelas 3, 4, 5 e 6 são apresentados os valores dos parâmetros mecânicos e hidráulicos atribuídos aos materiais do modelo.

Tabela 3 – Parâmetros do modelo BBM – Solo 1

Parâmetro	Unidade	Valor	Parâmetro	Unidade	Valor
* $\kappa$	-	0,015	** K	-	0,2
* $\kappa_s$	-	0,002	** $p_{s0}$	MPa	0,1
* $K_{\text{mín}}$	MPa	4,0	** $p_c$	MPa	0,14E-2
* $\nu$	-	0,3	** M	-	1,38
** $\lambda(0)$	-	0,15	** $\alpha$	-	0,99
** r	-	0,68	** $e_0$	-	0,8
** $\beta$	MPa-1	20,0	** $p_0^*$	MPa	0,025

\*Componente elástica; \*\* Componente plástica

Tabela 4 – Parâmetros do modelo Linear Elástico – Solo 2 e Solo 3

Parâmetro	Unidade	Valor (Solo 2)	Valor (Solo 3)
E	MPa	100	140
$\nu$	-	0,3	0,3

Tabela 5 – Parâmetros da curva de retenção de água e da permeabilidade relativa da fase líquida

Parâmetro	Unidade	Valor (Solo 1)	Valor (Solo 2)
$p_0$	MPa	0,0025	0,0025
$\sigma_0$	N.m-1	0,072	0,072
$\xi$	-	0,5	0,5
$S_{ri}$	-	0,15	0,15
$S_{is}$	-	1,0	1,0

Tabela 6 – Parâmetros de permeabilidade intrínseca e porosidade inicial

		Valor (Solo 1)	Valor (Solo 2)	Drenos
$(K11)_0 = (K22)_0 = (K33)_0$	$\text{m}^2$	1,0E-12	1,0E-12	1,0E-08
$\phi_{\text{mín}}$	-	0,00	0,00	0,00
$\phi_0$	-	0,50	0,50	1,00

O trabalho foi fundamentado nas atividades de pré-processamento, processamento e pós-processamento do modelo. O processamento foi realizado através do programa CODE\_BRIGHT (Olivella et al., 1996). As etapas de pré e pós-processo foram desenvolvidas utilizando-se os programas Gmsh (Geuzaine & Remacle, 2009) e ParaView (Ahrens et al., 2005).

### 3 RESULTADOS E DISCUÇÕES

A precisão dos resultados numéricos está estreitamente ligada à escolha da malha de elementos finitos. Testes de convergência foram realizados considerando-se os resultados obtidos em simulações realizadas em malhas menos e mais discretizadas. A malha escolhida para as análises numéricas é composta por 3.484 nós e 6.706 elementos e possuem características não estruturadas bidimensionais compostas por elementos triangulares de três nós e elementos lineares de dois nós. Uma maior discretização foi realizada nas imediações dos drenos e na região da camada de aterro, com dimensão corresponde à metade do tamanho dos elementos definidos para as demais regiões que integram o modelo.

As condições iniciais e de contorno foram definidas e aplicadas ao modelo com o propósito de reproduzir um estado de tensões representativo à condição de campo do maciço terroso. A Figura 2 apresenta o domínio geométrico adotado ao modelo, ilustrando a geometria do talude, a malha de elementos finitos e as condições iniciais e de contorno definidas, onde: as identificações 1 e 2 são às condições essenciais que estabelecem deslocamento nulo; a identificação 3 corresponde à sobrecarga de utilização da rodovia de 25kPa; a identificação 4 refere-se à condição hidráulica de fluxo na superfície de contato solo-atmosfera (efeito da sucção matricial) descrita pelos valores 50kPa e 100kPa que representam, respectivamente, as regiões não saturada e saturada; a identificação 5 correspondente às condições de pressão do líquido, que estabelece a posição inicial do nível d'água; condições iniciais de pressões do líquido que definem as pressões nas regiões saturada e não saturada. Após o equilíbrio de massas e forças resultantes das condições iniciais e de contorno, assume-se o maciço sob um estado de tensões representativo às condições de campo, instante no qual as análises dos experimentos são iniciadas. Nesse momento é aplicada a condição de contorno de pressão de 50kPa (identificação 6), que corresponde à sucção aplicada aos drenos para promover o rebaixamento do nível freático no talude. Essa condição foi mantida por um período de 30 dias.

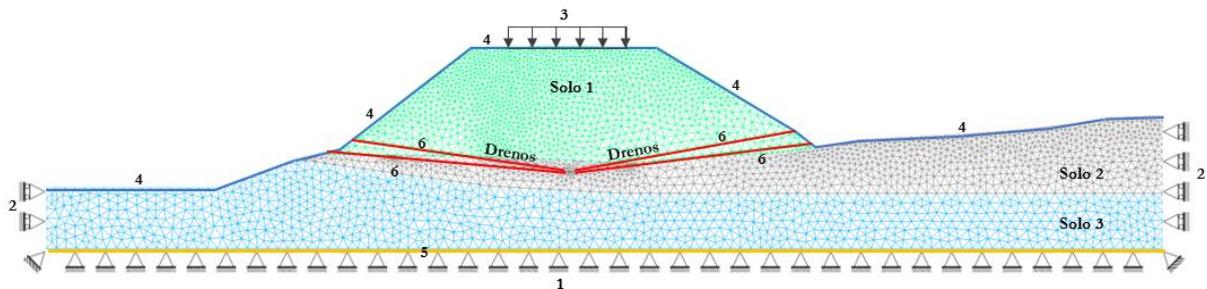


Figura 2 – Geometria, malha e condições de contorno do modelo

A avaliação da influência dos parâmetros  $p_0^*$  e  $\lambda(0)$  no comportamento volumétrico ao longo do perfil do solo do aterro foi realizada variando-se individualmente cada parâmetro avaliado, mantendo-se aos demais parâmetros os seus valores originais. Para  $p_0^*$ , foram adotados os valores 0,015 MPa, 0,025 MPa e 0,035 MPa e para  $\lambda(0)$  os valores 0,10, 0,15 e 0,20.

As Figuras 3 e 4 ilustram o comportamento das variáveis grau de saturação, pressão do líquido, deslocamento e deformação vertical ao longo da profundidade do aterro. Os gráficos obtidos a partir dos resultados dos experimentos numéricos também subsidiaram as análises paramétricas. A curva resultante dos parâmetros originais do modelo e àquelas obtidas dos parâmetros variados foram plotadas em um mesmo perfil de forma a permitir a visualização e influência do respectivo parâmetro sobre o comportamento das variáveis avaliadas. As curvas em linha sólida, cor preta e marcadores em forma de losango foram obtidas por meio dos parâmetros originais do solo. As linhas seccionadas, em cores azul e vermelha, identificadas por marcadores em forma de círculos e triângulos descrevem os resultados obtidos para variações dos valores dos parâmetros originais. A seção de análise corresponde à seção vertical de corte do aterro na projeção do eixo da rodovia. Na Figura 5 são ilustrados os perfis de distribuição espacial das variáveis estudadas no instante  $t = 30$  dias, correspondente ao final do período de operação dos drenos, obtidos a partir dos parâmetros originais do modelo.

Os resultados indicaram que não ocorreram variações do grau de saturação e da pressão do líquido em relação às variações de valores realizadas aos parâmetros  $p_0^*$  e  $\lambda(0)$ . Quanto ao comportamento das variáveis deslocamento e deformação, foram verificadas notáveis diferenças nos recalques desenvolvidos na superfície

do aterro em resposta às variações dos parâmetros analisados. Para decréscimos constantes de  $p_0^*$ , foram notados consideráveis acréscimo dos recalques desenvolvidos. Para variações constantes do parâmetro  $\lambda(0)$  foi verificada uma menor taxa de variação nos recalques. Para maiores valores do parâmetro  $\lambda(0)$  os recalques observados se mostraram maiores.

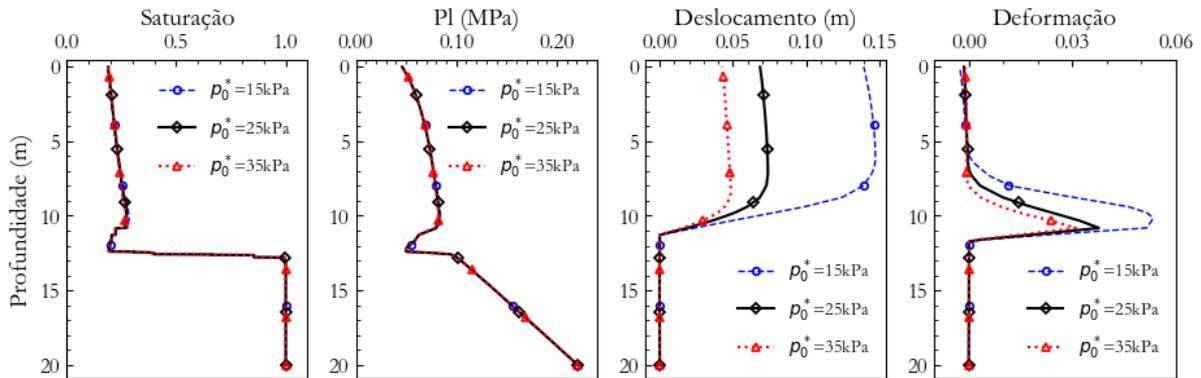


Figura 3 – Resultados obtidos para as variáveis grau de saturação, pressão do líquido, deslocamento e deformação verticais decorrente do efeito do rebaixamento do nível d’água para variações do parâmetro  $p_0^*$

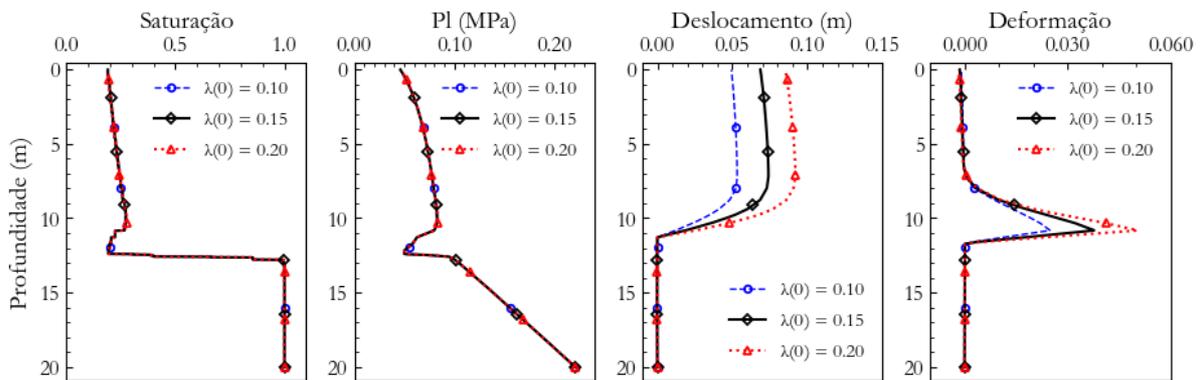


Figura 4 – Resultados obtidos para as variáveis grau de saturação, pressão do líquido, deslocamento e deformação verticais decorrente do efeito do rebaixamento do nível d’água para variações do parâmetro  $\lambda(0)$

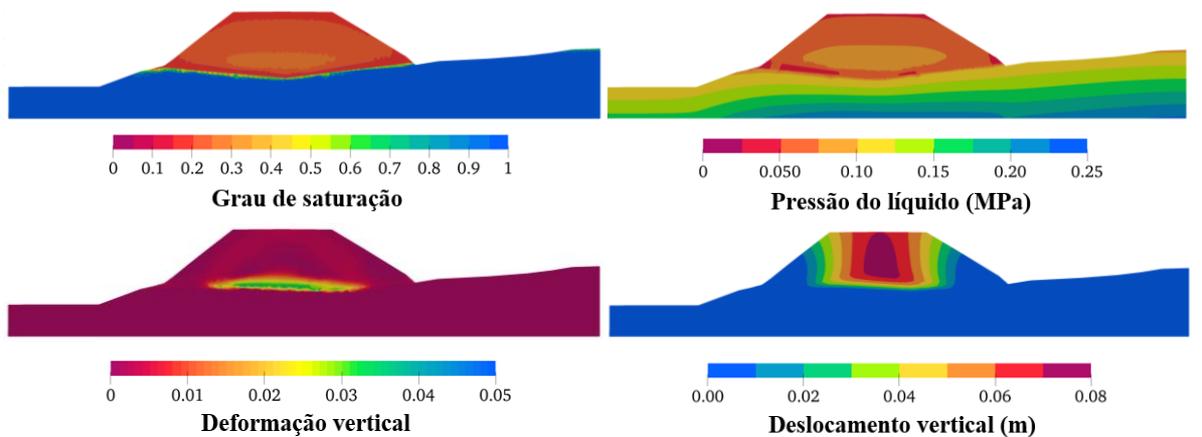


Figura 5 – Distribuição espacial do grau de saturação, pressão do líquido, deslocamento e deformação verticais no talude ao final da operação dos drenos ( $t = 30$  dias) para o solo caracterizado pelos parâmetros originais do modelo

## 4 CONCLUSÕES

Diante dos resultados dos experimentos numéricos realizados, conclui-se que:

- Os parâmetros do modelo mecânico  $p_0^*$  e  $\lambda(0)$  apresentaram baixa influência no comportamento das variáveis saturação e pressão no líquido.
- No tocante ao comportamento das deformações volumétricas e dos recalques desenvolvidos, foi verificada uma alta influência do parâmetro  $p_0^*$ . Para o intervalo de valores atribuídos aos parâmetros analisados, as mais significativas variações e intensidades de recalques verificados na superfície do terreno ocorreram para as variações do parâmetro  $p_0^*$ .
- O parâmetro  $\lambda(0)$  apresentou também significativa influência no comportamento das deformações volumétricas e recalques exibidos pelo solo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahrens, J., Geveci, B., & Law, C. (2005). Paraview: An end-user tool for large data visualization. *The Visualization Handbook*, 717(8).
- Ali, T., Showkat, R., & Babu, G. L. S. (2021). Hydro-Mechanical Simulations of Unsaturated Soil Slope. *Indian Geotechnical Journal*, 51(4). <https://doi.org/10.1007/s40098-021-00554-3>
- Alonso, E. E., Gens, A., & Josa, A. (1990). A constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, 40(3), 405–430.
- Fernandes, J. B. (2016). *Resistência e Deformabilidade de um solo não saturado a partir de ensaios triaxiais* [Dissertação (Mestrado em Geotecnia)]. Universidade Estadual Paulista.
- Fredlund, D. G., & Rahardjo, H. (1993). *Soil mechanics for unsaturated soils* (Vol. 1). John Wiley & Sons.
- Geuzaine, C., & Remacle, J. (2009). Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11), 1309–1331.
- Josa, A., Alonso, E. E., Lloret, A., & Gens, A. (1987). Stress-strain behaviour of partially saturated soils. *European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 9, 561–564.
- Kim, J. (2000). A fully coupled finite element analysis of water-table fluctuation and land deformation in partially saturated soils due to surface loading. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49(9), 1101–1119.
- Olivella, S., Carrera, J., Gens, A., & Alonso, E. E. (1994). Nonisothermal multiphase flow of brine and gas through saline media. *Transport in Porous Media*, 15(3), 271–293.
- Olivella, S., Gens, A., Carrera, J., & Alonso, E. E. (1996). Numerical formulation for a simulator (CODE\_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media. *Engineering Computations*, 13(7), 87–112.
- Rodrigues, R. A. (2007). *Modelação das deformações por colapso devidas à ascensão de lençol freático* [Tese (Doutorado em Geotecnia)]. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
- Rodrigues, R. A., Soares, F. V. P., & Sanchez, M. (2021). Settlement of Footings on Compacted and Natural Collapsible Soils upon Loading and Soaking. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 147(4), 04021010.
- Saab, A. L. (2016). *Influência da sucção nos parâmetros de compressibilidade de um solo não saturado* [Dissertação (Mestrado em Geotecnia)]. Universidade Estadual Paulista.
- Schnaid, F., & Odebrecht, E. (2014). Ensaios de campo e suas aplicações à Engenharia de Fundações - 2. ed. In *Oficina de Textos* (Vol. 53, Issue 9).
- Showkat, R., & Sivakumar Babu, G. L. (2023). Deterministic and probabilistic analysis of the response of shallow footings on unsaturated soils due to rainfall. *Transportation Geotechnics*, 43. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2023.101150>
- Teixeira, A. H., & Godoy, N. S. de. (1996). Análise, projeto e execução de fundações rasas. *Fundações: Teoria e Prática*. São Paulo: Pini, Cap, 7, 227–264.
- Vilar, O. M. (2004). Modelagem constitutiva para o comportamento mecânico de solos não saturados. *5º Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados*, 527–542.
- Wu, H., McCartney, J. S., & Zheng, Y. (2024). *Numerical Modeling of Deformation Response of Embankment Subjected to Rainfall Infiltration Considering the Hydro-Mechanical Coupled Behavior of Unsaturated Soils*. <https://doi.org/10.1061/9780784485354.034>