

Cálculo da Probabilidade de Falha de um Talude de Cava a Céu Aberto Aplicando o Método FOSM

Clíscia Cerceau da Silva
Engenheira geotécnica sênior, Vale, Mariana, Brasil
cliscia.silva@vale.com

Luiz Rafael Santos
Geólogo pleno, Vale, Itabira, Brasil
luiz.santos4@vale.com

RESUMO: O fator de segurança (FS) dos taludes de cava a céu aberto é comumente calculado a partir de análises de estabilidade determinísticas, levando-se em consideração a média dos parâmetros de entrada. Porém, na literatura, facilmente identifica-se taludes com fator de segurança alto que evoluíram para a ruptura, pois não foi considerado neste caso a variabilidade destes parâmetros. Diante disso, é recomendável o uso das análises probabilísticas em complementação às análises determinísticas, permitindo, dessa forma, o cálculo da probabilidade de falha (PF) do talude. O método FOSM (First Order Second Moment), é uma alternativa viável para o início de uma abordagem probabilística de um talude, pois, além de calcular a PF, este método permite identificar também quais as variáveis de entrada realmente impactam na variância do FS. Este artigo apresenta um estudo de caso de aplicação do método FOSM em um talude de uma cava a céu aberto, onde foi possível identificar as variáveis de maior influência na variação do FS e calcular a PF do mesmo.

PALAVRAS-CHAVE: Probabilidade de falha, Método FOSM, estabilidade de talude, cava a céu aberto.

ABSTRACT: The safety factor (FS) of open pit slopes is commonly calculated from deterministic stability analyses, taking into account the average of the input parameters. However, in the literature, slopes with a high safety factor that progressed to failure are easily identified, as the variability of these parameters was not considered in this case. In view of this, it is interesting to use probabilistic analyzes in addition to deterministic analyses, thus allowing the calculation of the probability of failure (PF) of the slope. The FOSM (First Order Second Moment) method is a viable alternative for starting a probabilistic approach to a slope, as, in addition to calculating the PF, this method allows identifying which input variables really impact the FS variance. This article presents a case study of the application of the FOSM method in an open pit slope with few geotechnical investigations, where it was possible to define the variables with the greatest influence on the FS variation and calculate its PF.

KEYWORDS: Probability of failure, FOSM method, slope stability, open pit.

1 INTRODUÇÃO

A análise de estabilidade de taludes comumente envolve a abordagem determinística, com o cálculo do fator de segurança, a partir da média dos parâmetros de entrada considerados. Porém, principalmente em regiões de maior complexidade geológica, é recomendável considerar a variabilidade destes parâmetros de entrada nas análises de estabilidade, de forma a complementar as análises com uma abordagem probabilística.

A proposta deste trabalho é apresentar um estudo de caso em que fica compreensível a aplicabilidade do Método FOSM em análise de estabilidade de talude, expondo as suas vantagens em uma abordagem probabilística.

1.2 Abordagem Probabilística

A análise probabilística distingue-se da determinística por considerar a variabilidade dos parâmetros de cálculo, identificando as incertezas do projeto. De acordo com El-Ramly *et al.* (2002), a incerteza é uma constante na engenharia de taludes, uma vez que os taludes são compostos de materiais naturais. As variabilidades devem-se à dispersão dos resultados de ensaios ou à variabilidade natural, e portanto há uma distribuição de valores para cada parâmetro (variáveis aleatórias). Os parâmetros de projeto são considerados as variáveis aleatórias independentes, e o FS é considerado a variável aleatória dependente, e podem ser representados estatisticamente por sua média, desvio padrão ou coeficiente de variação e distribuição de probabilidade da função.

Vários métodos probabilísticos têm sido desenvolvidos para gerar a distribuição de funções de variáveis dependentes. São eles:

- Métodos "exatos";
- Método das Estimativas Pontuais.
- Aproximações da série de Taylor da variável dependente;

Os métodos ditos exatos exigem que as funções de distribuição de probabilidade de todas as variáveis independentes sejam inicialmente conhecidas. Na falta destas, geralmente assume-se uma distribuição normal, ou lognormal, ou até mesmo uniforme. O principal método nesta categoria é o Monte Carlo (Hammersley & Handscomb, 1964). A principal vantagem desta metodologia é que se obtém a distribuição completa da variável dependente. Ele é um poderoso método para o cálculo da probabilidade de falha, pois permite uma ampla variabilidade de distribuições probabilísticas, permitindo um grande número de interações. Porém, este método demanda um tempo maior para processar as análises, devido ao grande número de interações que esta técnica necessita.

O Método das Estimativas Pontuais (Rosenblueth, 1975) dispensa, a princípio, o conhecimento das funções de distribuição das variáveis independentes, utilizando apenas os valores das estimativas pontuais calculados na média mais um desvio padrão e média menos um desvio padrão de cada variável. A variável dependente é calculada para estes pontos, obtendo-se uma amostra da qual se pode calcular sua média e desvio padrão.

Por último tem-se o Método FOSM, apresentado por Christian *et al.* (1992), que se baseia no truncamento da série de Taylor para a função da variável dependente. O valor médio da variável dependente é calculado a partir dos valores médios das variáveis independentes. O desvio padrão é calculado a partir das variâncias dos parâmetros de entrada e das derivadas da variável dependente em relação a cada variável independente. A maior vantagem deste método é permitir quantificar a influência de cada variável independente na variância da variável dependente. Como desvantagem, não obtém uma distribuição completa da variável dependente devendo-se adotar hipóteses sobre esta distribuição. Além disso, a probabilidade de ruptura máxima nem sempre está relacionada com a superfície de ruptura com fator de segurança mínimo (Tobutt & Richards, 1979).

1.2.1 Método FOSM

Harr (1987) descreve que a ideia básica do método FOSM é expressar a função de performance (fator de segurança) como uma função de diferentes variáveis aleatórias consideradas na análise estatística. O método é chamado de Segundo Momento porque usa a variância (segundo momento da função de performance). É também referido como sendo de 1ª ordem porque usa só a primeira derivada da série de Taylor (Linear). O procedimento consiste em variar separadamente cada parâmetro, observando-se a variação correspondente do valor da função no FS.

Após a expansão da série de Taylor, tem-se as seguintes equações:

$$E[F] = F(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N) \quad (1)$$

$$V[F] = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\delta F}{\delta x_i} \right)^2 V[x_i] \quad (2)$$

Onde:

$E[F]$ - Valor médio esperado para F

$V[F]$ - Variância de F

δF_i - Variância de F que ocorre quando se varia δx_i para cada um dos N parâmetros x_i

δx_i - Taxa de variação das variáveis envolvidas

$V[x_i]$ - Variância de cada um dos parâmetros x_i (desvio padrão ao quadrado).

Segundo Maia e Assis (2004), a definição do número de cálculos a serem realizados nos métodos probabilísticos é muito importante, pois demandam elevado tempo para a sua realização. Neste sentido, o método FOSM permite identificar as variáveis aleatórias independentes que mais contribuem com a variância do FS, permitindo desconsiderar as variáveis de menor relevância no momento do cálculo da probabilidade de falha pelo Método de Monte Carlo ou pelo Método das Estimativas Pontuais.

1.2.1.1 Probabilidade de falha

Christian *et al.* (1994), definem a PF como a área sob a curva de distribuição de probabilidades contida a esquerda do $FS = 1$. A Figura 1 apresenta um exemplo de dois projetos hipotéticos A e B, em que o projeto A, mesmo com FS e desvio padrão menores que B, é mais seguro, pelo fato de apresentar baixa PF.

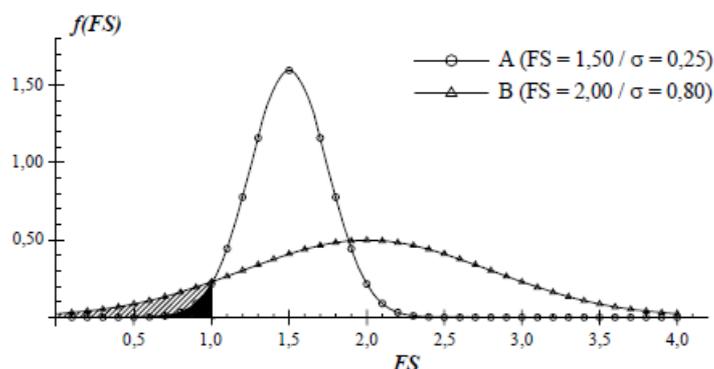


Figura 1. Distribuições estatísticas com diferentes FS e σ (Christian *et al.*, 1994).

2 ESTUDO DE CASO

A cava a céu aberto em estudo está localizada no Quadrilátero Ferrífero, MG. Ela possui projetos de cava final com taludes de grandes alturas, e em um contexto geológico-geomecânico complexo. Estas características, dentre outras, remetem à necessidade da inserção de novas metodologias de análises, como por exemplo, a complementação das análises determinísticas com as análises probabilísticas, para a determinação da probabilidade de falha, que, junto ao FS, dará um maior subsídio técnico para a tomada de decisão (Silva, 2015).

A primeira etapa do estudo é o cálculo do FS médio a partir da análise de estabilidade determinística. A análise foi realizada no programa Slide (Rocscience), versão 9.026, adotando o método de Bishop Simplificado, para o cálculo do FS médio. O critério de ruptura adotado foi o de Mohr-Coulomb, ruptura do tipo circular. A Tabela 1 apresenta os parâmetros de resistência utilizados na análise de estabilidade, em que foram adotados os parâmetros de resistência oblíquos à foliação.

A Figura 2 apresenta o resultado da análise com a superfície de ruptura crítica, com $FS = 1.33$.

É importante ressaltar que todas as variáveis presentes na seção geotécnica deverão ser levadas em consideração nesta etapa do estudo, para garantir que serão analisadas as variáveis que de fato mais influenciam na variância do FS. Após esta primeira etapa, são realizadas as análises estatísticas, em que o desvio padrão será calculado com base no coeficiente de variação dos valores típicos. Estas etapas serão apresentadas detalhadamente no tópico “Resultados e Discussões, bem como os resultados apresentados.

Tabela 1. Parâmetros geotécnicos considerados nas análises de estabilidade (VOGBR, 2013).

Litotipo	Classe Maciço	Peso Específico (kN/m ³)	Envoltória de Resistência Efetiva	
			Oblíquo à Foliação	
			c' (kpa)	Φ' (Graus)
Itabirito friável	V	28	60	35
Itabirito compacto	V	30	100	38

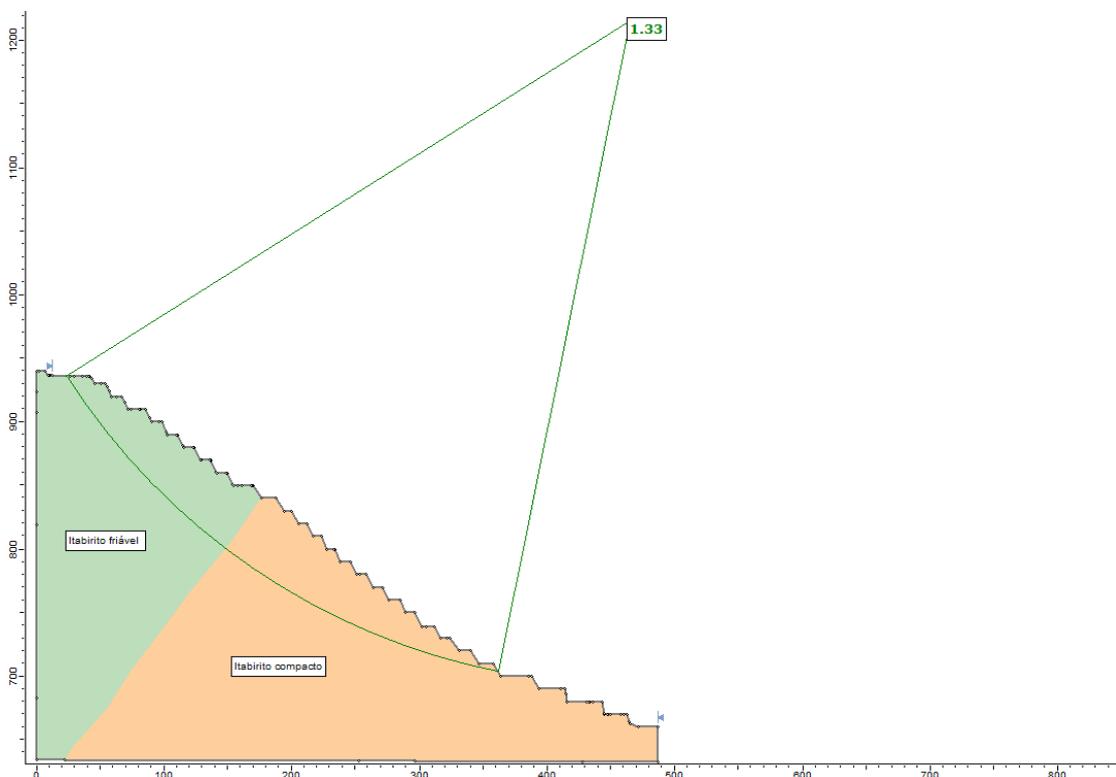


Figura 2. Análise de estabilidade determinística apresentando superfície de ruptura crítica com FS= 1,33.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Dados estatísticos das variáveis aleatórias

Para o estudo de caso apresentado, o número de ensaios para determinação dos parâmetros de resistência dos materiais não é grande o suficiente para calcular a média e o desvio padrão destes parâmetros. Além disso, para representar a variabilidade destes materiais, seria necessário uma quantidade muito grande de ensaios, o que acaba se tornando inviável.

Usace (1999), afirma que, quando não se dispõe de um número suficiente de ensaios pode-se, inicialmente, utilizar coeficientes de variação estimados (desvio-padrão sobre a média), a partir de valores típicos. Este banco de dados representando a variabilidade dos principais parâmetros geotécnicos, vem sendo observado por diversos pesquisadores desde a década de 1970 (Harr, 1984; Hidalgo, 2013; Assis et al., 2012) e definindo dessa forma o coeficiente de variação padrão para estas variáveis, bem como a faixa de variação das mesmas. Esta metodologia vem sendo bastante utilizada para a estimativa do desvio padrão dos parâmetros de resistência (c e ϕ), resistência uniaxial e peso específico da rocha, quando não se tem ensaios, ou quando

não é possível realizar um grande número destes, ou até mesmo quando os ensaios não representam a variabilidade do parâmetro.

A Tabela 2 apresenta os valores de coeficientes de variação dos parâmetros geotécnicos mais comumente utilizados nas análises de estabilidade de taludes.

Tabela 2. Valores típicos do coeficiente de variação dos principais parâmetros geotécnicos (Assis et al.,2012)

Valores típicos de coeficiente de variação	
Parâmetro	Coeficiente de Variação (%)
Peso específico	03 (02 a 08)
Coesão	40 (20 a 80)
Ângulo de atrito efetivo	10 (04 a 20)
Coesão não-drenada	30 (20 a 50)

Diante disso, neste estudo, os dados existentes das variáveis independentes (Tabela 1) são assumidos como a média, e a partir destes valores, que no caso, são os parâmetros de projeto, faz-se o uso dos coeficientes de variação típicos apresentados na Tabela 2, para estimar os valores do desvio padrão dos parâmetros geotécnicos em questão.

A Tabela 3 apresenta os valores da média das variáveis aleatórias da seção de análise, e o desvio padrão, calculado a partir dos valores típicos do coeficiente de variação destas variáveis.

Tabela 3: Cálculo do desvio padrão a partir do coeficiente de variação

Material	Parâmetro	Média	Desvio Padrão
Itabirito friável	Coesão (kpa)	60	24
	Ângulo de atrito efetivo (°)	35	3,5
	Peso específico (kN/m ³)	28	0,84
Itabirito compacto	Coesão (kpa)	100	40
	Ângulo de atrito efetivo (°)	38	3,8
	Peso específico (kN/m ³)	30	0,9

O desvio padrão foi calculado considerando a fórmula do coeficiente de variação, dada por:

$$CV = \left(\frac{s}{\bar{X}} \right) 100\% \quad (3)$$

onde CV é o coeficiente de variação em percentual, s é o desvio padrão amostral e X é a média aritmética.

3.2 Aplicação do Método FOSM

A metodologia do método FOSM consiste em calcular a variância do fator de segurança em função da variação da média das variáveis aleatórias independentes (neste caso, variando as médias da coesão, ângulo de atrito e peso específico). A partir destes dados, é possível calcular a porcentagem de contribuição de cada variável independente na variância total do FS, que é a variável dependente, conforme Equação 2, apresentada anteriormente.

Farias e Assis (1998) propõe que a simulação da variação da média destas variáveis independentes deve ter um incremento entre 5% a 10% do valor real. Neste estudo foi adotado um incremento de 10%. Os valores resultantes e usados nas simulações podem ser verificados na Tabela 4.

Tabela 4: Cálculo da variação da média das variáveis aleatórias independentes

Material	Parâmetro	Média	Desvio Padrão (s)	Média + variação 10%
Itabirito friável (IF)	Coesão (kpa)	60	24	66
	Ângulo de atrito efetivo (°)	35	3,5	38,5
	Peso específico (kN/m ³)	28	0,84	30,8
Itabirito compacto (IC)	Coesão (kpa)	100	40	110
	Ângulo de atrito efetivo (°)	38	3,8	41,8
	Peso específico (kN/m ³)	30	0,9	33

3.2.1 Cálculo da variância do fator de segurança

De acordo com Farias & Assis (1998), o método FOSM exige n+1 análises, ou seja, uma análise determinística para os valores médios das variáveis, conforme apresentado na Figura 1, e outras 6 análises determinísticas (pois são 6 variáveis) para definir as derivadas de cada variável independente. Cada variável é individualmente incrementada, enquanto as demais são fixadas em seus valores médios, conforme pode ser visto na Tabela 5. Com o resultado dos valores dos FS, considerando o incremento das variáveis aleatórias independentes, foi possível calcular a variância do FS em função de cada variável independente e a variância total, conforme apresentado na Tabela 6. A coluna 2 desta Tabela se refere ao incremento de 10% da média de cada variável. A coluna 3 mostra a diferença do FS calculado em cada simulação, em relação ao FS calculado com os valores médios fixos. Já a coluna 5 se refere ao desvio padrão ao quadrado, de cada variável. A partir destes valores, foi calculada a variância do FS, utilizando a equação principal (equação 2 adaptada) do método.

$$V[FS] = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\delta FS}{\delta x_i} \right)^2 V[x_i] \quad (2)$$

A Tabela 6 mostra que o ângulo de atrito do itabirito compacto é a variável aleatória independente que mais tem influência na variância do FS, apresentando V[FS]= 65,9%. As variáveis com menor relevância são a coesão do itabirito friável e os pesos específicos de ambas as litologias. Em caso de se calcular a probabilidade de falha por outros métodos probabilísticos, estas informações são valiosas para definir quais variáveis serão consideradas nos cálculos, pois a utilização de um número de variáveis aleatórias muito grande nos métodos de Monte Carlo e Estimativas Pontuais deixaria o processo lento e trabalhoso, principalmente na simulação de Monte Carlo.

Tabela 5: Resultado do FS da análise de estabilidade determinística considerando a variação da média das variáveis aleatórias

Variáveis aleatórias	Parâmetros análise determinística (Figura 1)	Simulações					
		1	2	3	4	5	6
IF_coesão	60	66	60	60	60	60	60
IF_atrito	35	35	38,5	35	35	35	35
IF_peso específico	28	28	28	30,8	28	28	28
IC_coesão	100	100	100	100	110	100	100
IC_atrito	38	38	38	38	38	41,8	38
IC_peso específico	30	30	30	30	30	30	33
Fator de Segurança	1,33	1,33	1,38	1,3	1,34	1,42	1,34

Tabela 6: Resultados da variância do FS das variáveis aleatórias estudadas pelo Método FOSM

X_i	δX_i	δFS	$\frac{\delta FS}{\delta X_i}$	$V[X_i]$	$\left(\frac{\delta FS}{\delta X_i}\right)^2 \times V[X_i] = V[FS]$	$\frac{V[FS]}{V[FS]_{total}}$
IF_coesão	6,0	0,00000	0	576	0,00000	0,0%
IF_atrito	3,5	-0,05000	-0,014286	12,25	0,00250	20,3%
IF_peso específico	2,8	0,03000	0,0107143	0,7056	0,00008	0,7%
IC_coesão	10,0	-0,01000	-0,001	1600	0,00160	13,0%
IC_atrito	3,8	-0,09000	-0,023684	14,44	0,00810	65,9%
IC_peso específico	3,0	-0,01000	-0,003333	0,81	0,00001	0,1%

A variância total do FS é a soma das variâncias do FS de cada variável aleatória. Neste caso, a $V[FS]$ total é igual a 0,012.

3.2.2 Cálculo da probabilidade de falha

O cálculo da PF é realizado por meio da área sob a curva de distribuição de probabilidade contida a esquerda do $FS = 1$, conforme apresentado anteriormente. O cálculo da PF foi realizado admitindo-se que o FS possui uma distribuição de probabilidade normal. Para isso, foi realizado um teste dos resultados dos FS a esta distribuição e obteve-se uma adequação razoável. A PF foi calculada de maneira prática através do programa excel, conforme equação 4, a partir do FS médio e o desvio padrão do FS. O desvio padrão foi calculado a partir da $V[FS]$ total. Como a $V[FS]$ é o desvio padrão ao quadrado, logo seu desvio padrão será de 0,109.

$$PF = \text{DIST. NORM. N}(1; \text{FS médio}; \text{desviopadrão}; \text{VERDADEIRO}) \quad (4)$$

A PF neste caso foi 0,12%. A PF foi pequena, mas sua análise não pode ser feita pelo seu valor em si, e sim, dentro do contexto de risco que considera as eventuais consequências, caso a ruptura ocorresse. Vale ressaltar que FS altos não significam PF baixas, e vice-versa. É comum FS altos com PF altos, demonstrando baixa confiabilidade no FS. Para uma tomada de decisão mais assertiva, sugere-se utilizar critérios de aceitação de projetos, que correlacionam valores de FS *versus* PF, conforme sugerido em Silva (2015).

4 CONCLUSÕES

Os métodos probabilísticos são essenciais para complementação das análises de estabilidade de taludes com uma abordagem determinística, principalmente em cavas com uma grande complexidade geológica, pois consideram a variabilidade dos materiais.

O Método FOSM é um método probabilístico que consegue determinar quais são as variáveis aleatórias que mais influenciam na variância do FS, poupando tempo e trabalho em caso de se calcular a PF através dos outros métodos probabilísticos. Além disso, ele também calcula a PF.

No estudo de caso apresentado, a variável mais relevante na variância do FS é o ângulo de atrito, principalmente do itabirito compacto, apresentando $V[FS]= 65,9\%$, o que é de se esperar para taludes de grandes alturas.

O peso específico teve influência praticamente zero na variância do FS, podendo ser descartado em caso de cálculo da PF com outros métodos.

A PF da seção de análise foi baixa, mas sua análise não pode ser feita pelo seu valor em si, e sim, dentro do contexto de risco que considera as eventuais consequências, caso a ruptura ocorresse. Além disso, para uma tomada de decisão assertiva, sugere-se utilizar critérios de aceitação de projetos, que correlacionam valores de FS *versus* PF, conforme sugerido em Silva (2015).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSIS, A.P., ESPÓSITO, T.J., GARDONI, M.G., SILVA, P.D.E.A. & J.A. MAIA (2012). Métodos Estatísticos e Probabilísticos em Geotecnia. Publicação G.AP-002/2012. Apostila do curso de Pós-Graduação em Geotecnia, UNB, Brasília.
- El-Ramly, H.; Morgenstern, N.R.; Cruden, D.M. (2002). Probabilistic slope stability analysis for practice. *Can. Geotech. J.*, 39, 665–683.
- Christian, J.T.; Ladd, C.C. & Baecher, G.B. (1992). Reliability and probability in stability analysis. *Stability and Performance of Slopes and Embankments II*, Geotechnical Special Publication No. 31, ASCE, New York, USA, 2: 1071-1111.
- CHRISTIAN, J.T., LADD, C.C. & BAECHER, G.B. (1994). Reliability Applied to Slope Stability Analysis. *Journal of Geotechnical Engineering*, American Society of Civil Engineers – ASCE, 120(12): 2180 – 2207.
- FARIAS, M.M. & ASSIS, A.P. (1998). Uma Comparação entre Métodos Probabilísticos Aplicados à Estabilidade de Taludes. XI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica – XI COBRAMSEG. ABMS, Brasília, DF, 2: 1305–1313.
- GRIFFITHS, D. V. & FENTON, G. A. (2007). *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*. International Centre For Mechanical Sciences, New York, p. 71-112.
- HARR, M.E. (1987). *Reliability – Based Design in Civil Engineering*. McGraw-Hill Publishing Company, New York, USA, 291p.
- HARR, M. E. (1984). *Reliability-Based Design in Civil Engineering*. 1984 Henry M. Shaw Lecture. Dept. of Civil Engineering, North Carolina State University, Raleigh, USA.
- HIDALGO-MONTOYA, C. A. (2013). Incertezas, Vulnerabilidade e Avaliação de Risco Devido a Deslizamento em Estradas. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-081/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 250 p.
- MAIA, J.A.C; ASSIS, A.P (2004). Etapas para estudos probabilísticos aplicados a Geotecnia. 1º Simpósio Brasileiro de Jovens Geotécnicos, São Carlos.
- Rosenblueth, E. (1975). Point estimates for probability moments. *Proc. National Academy of Sciences*, 72(10): 3812-3814.
- SILVA, Clícia Cerceau da (2015). Análise de estabilidade de um talude da cava de alegria utilizando abordagem probabilística. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia, Núcleo de Geotecnia, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Tobutt D. C., Richards E. A. (1979). The Reliability of Earth Slopes. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Volume 3, pp. 323-354.
- U. S. ARMY CORPS OF ENGINEERS (1999). Risk-Based Analysis in Geotechnical Engineering for Support of Planning Studies, Engineering Technical Letter ETL 1110-2-556, Department of the Army, Washington, DC 20314-1000.
- VogBr (2013). Estudos de dimensionamento da cava final da Mina de Alegria. Vale nº RL-1000LL-W-13189. Relatório interno Vale.