

Modelagem numérica em mineração subterrânea em condições de rockburst

Victor Miguel Vergara Lovera

Investigador Geotécnico, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, victor.vergaral@pucp.edu.pe

Eurípedes A. Vargas Jr.

Professor Associado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, vargas@puc-rio.br

Raquel Velloso

Professora Assistente, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, raquelvelloso@puc-rio.br

José Antonio Samaniego Alcântara

Professor Ordinário – Principal, PUCP, Lima, Perú, jsamani@pucp.edu.pe

Rodrigo Peluci de Figueiredo

Professor Permanente, UFOP, Ouro Preto, Brasil, rpfigueiredo@ufop.edu.br

RESUMO: Atualmente, a maioria de minas subterrâneas no Perú estão alcançando profundidades superiores a 1000 m, submetendo o maciço rochoso a um maior grau de tensão. Esses eventos envolvem a ejeção de blocos de rocha com alta energia cinética, causando danos significativos à atividade mineradora, incluindo atrasos na extração, perda de equipamentos e até mesmo perdas humanas. O objetivo deste trabalho é realizar um retro análise dos dois maiores eventos de *rockburst* ocorridos na mina subterrânea Ores, mediante métodos numéricos FEM/DEM, assim como fazer a caracterização do maciço rochoso, das propriedades de resistência da rocha e do tipo de preenchimento que pode originar os eventos sísmicos. Por último, se determino curvas de velocidades em função das características das descontinuidades próprios da mina, que relaciona energia cinética, ângulo de atrito das descontinuidades e espessura de dano.

PALAVRAS-CHAVE: *Rockburst, Mecânica de rochas, Energia cinética, Modelagem Numérica, FEM/DEM*

ABSTRACT: Currently, most underground mines in Peru are reaching depths greater than 1000 m, subjecting the rock mass to a higher level of stress. These events involve the ejection of rock blocks with high kinetic energy, causing significant damage in mining operations, including extraction delays, equipment loss, and even human casualties. The objective of this work is to conduct a back-analysis of the two largest rockburst events that occurred in the Ores underground mine using FEM/DEM numerical methods, as well as to characterize the rock mass, the rock strength properties, and the type of filling that can trigger seismic events. Lastly, velocity curves were determined based on the characteristics of the mine's discontinuities, relating kinetic energy, the friction angle of the discontinuities and damage thickness.

KEYWORDS: *Rockburst, Rock mechanics, Kinematic Energy, Numerical Modelling, FEM/DEM*

1 INTRODUÇÃO

A unidade de mineração subterrânea Ores S.A.C. está localizada no departamento de Arequipa (Peru), no distrito de San Juan de Chorunga. O método de mineração subterrânea utilizado é o de corte e preenchimento (Cut & Fill), focado na extração de minério de ouro com uma produção de 300 Ton/dia e uma média de teor de 15gr/Ton. A mina subterrânea apresenta eventos de *rockburst* em profundidades superiores a 800 m em túneis de extração, tais como são os By 8707 W (870 m de profundidade) e By 8596 E (900 m de profundidade). Portanto, o presente trabalho apresenta a caracterização do maciço rochoso e tipo de descontinuidades como fatores de *rockburst*. Além disso, foram determinados os valores da velocidade de ejeção e energia cinética por meio modelagem numérica utilizando o método dos elementos finitos e discretos (FEM/DEM). Também foram elaborados ábacos empíricos específicos a partir das características das descontinuidades de preenchimento e da rugosidade.

2 DEFINIÇÃO DE ROCKBURST

Rockburst define-se como o deslocamento súbito, violento e inesperado da rocha devido a um evento sísmico que causa dano significativo no entorno de uma escavação subterrânea. Esse evento no maciço rochoso está relacionado a rochas de alta resistência à compressão simples, com características de rocha rígida. Na Figura 1, são apresentados os tipos de rockburst estudados em mineração, definidos como strainburst, pilar burst e fault-slip burst.

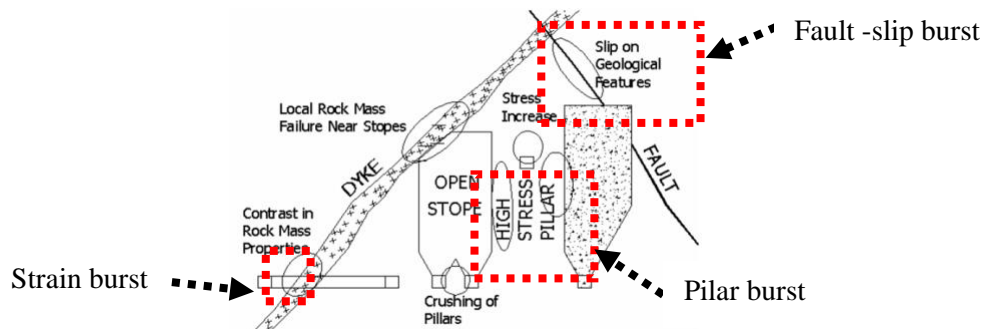


Figura 1. Eventos de rockburst em diferentes condições subterrâneas (Hudyma et al., 2003)

3 MÉTODOS DA MODELAGEM NUMÉRICA

Existem diversos métodos de modelagem numérica, tais como o método de elementos finitos (FEM), método de elementos de contorno (BEM), método de elementos discretos (DFN) e métodos híbridos (FEM/DEM). No caso deste último método, ele se caracteriza por ser um domínio multicorpo onde cada elemento discreto recebe uma malha de elementos finitos (Guo, 2014). Além disso, o comportamento contínuo é analisado pelo FEM, onde os elementos são avaliados e obtidos os valores de deformações e tensões dentro dos elementos discretos. Em determinado momento, o meio contínuo se transforma em um meio descontínuo. A partir desse momento, o meio é analisado pelo DEM, que representa os contatos e a interação entre interfaces descontínuas, permitindo que os corpos possam deformar-se, rotacionar, transladar, interagir uns com os outros e fraturar até atingir o equilíbrio ou até um tempo de interesse.

No caso deste estudo, foi utilizado o software Irazu (Geomechanica, 2021) para determinar a energia cinética para um evento de rockburst e velocidades de ejeção no momento do início dos eventos de rockburst.

4 CASO DE ESTUDO

4.1 Localização

A mina subterrânea em estudo fica localizada no departamento de Arequipa (Peru), situado entre 700 e 1500 m de altitude. Especificamente, encontra-se na faixa Nazca-Ocoña, no distrito de San Juan de Chorunga. Na Figura 2, apresenta-se a localização da mina subterrânea.



Figura 2. Localização da mina subterrânea no Peru e profundidade de 900 m das zonas de rockburst

4.2 Geologia

A geologia da zona de estudo é caracterizada por um maciço rochoso composto por rocha intrusiva do tipo granodiorito e diques adjacentes à zona de mineralização. Além disso, as direções predominantes das estruturas mineralizadas são de oeste para leste. Na Figura 3, são apresentados testemunhos da rocha granodiorito com a presença de discos devido as altas tensões.



Figura 3. Testemunho geotécnico DDHRSP – 14A21 e discos devidos a altas tensões – Litologia granodiorito

4.3 Investigações geotécnicas

Foram realizados ensaios de mecânica de rochas na zona de estudo, com o objetivo de determinar as propriedades da rocha intacta e as propriedades de resistência, que são parâmetros determinante quando ocorre um rockburst. O presente trabalho de investigação compilou e analisou as seguintes informações geotécnicas:

- 5 furos geotécnicos com uma metragem total de 626 m.
- 10 mapeamento geotécnicos com valores de RQD (Deere, 1964) & RMR₈₉ (Bieniawski, 1989)
- 48 mapeamento geotécnico com detalhe estrutural das paredes das discontinuidades com dados de preenchimento e rugosidade

Na Figura 4, apresenta-se a localização dos furos e mapeamento geotécnicos.

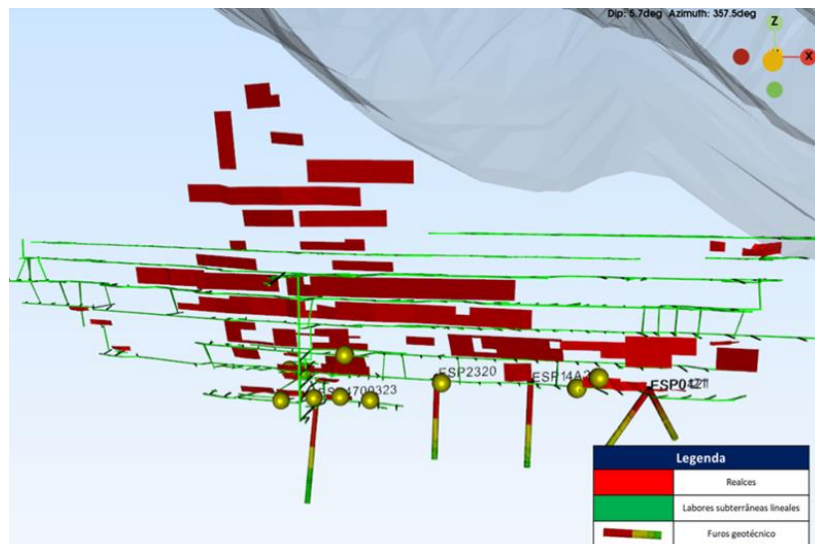


Figura 4. Localização dos furos e mapeamento geotécnicos

4.4 Ensaios de mecânica de rochas

4.4.1 Ensaios de compressão simples (UCS) e Point Load Test (PLT)

Foi realizado 10 ensaios de compressão simples e 6 ensaios do tipo Point Load Test, onde o valor do índice “ α ” de correlação é 24 entre o resultado de Índice de Schmidt (Is 50) e resistência à compressão simples,

complementando assim os ensaios de resistência de compressão. Na Tabela 2, apresenta-se o resumo dos ensaios de compressão simples e Point Load Test.

Tabela 2. Ensaios de compressão simples (σ_{ci})

Unidades geotécnicas	Número de dados	Média (MPa)	Desvio Padrão (MPa)	Min (MPa)	Max (MPa)
Granodiorito	16	118	39,6	56,8	196,3

4.4.2 Propriedades do maciço rochoso

As propriedades de resistência do maciço rochoso são definidas por meio de ensaios triaxiais para determinar os parâmetros da rocha intacta através do parâmetro “mi” do critério de Hoek & Brown (2018). É importante realizar ensaios de deformabilidade e determinar o valor do módulo de elasticidade “Ei” da rocha intacta. Na Tabela 3, apresentam-se os valores de resistência e deformabilidade do granodiorito.

Tabela 3. Parâmetros de resistência e elasticidade da rocha intacta

Unidades geotécnicas	Rocha intacta		Propriedades elásticas	
	mi	UCS (MPa)	Ei (MPa)	ν
Granodiorito	32	118	22000	0,14

5 CARACTERIZAÇÃO GEOTÉCNICA DO MACIÇO ROCHOSO E ESTADO DAS TENSÕES

5.1 Maciço Rochoso

A partir da caracterização geotécnica, foi realizada a classificação geomecânica do maciço rochoso com o objetivo de determinar a qualidade do maciço rochoso, a fim de fazer domínios geotécnicos caracterizados por suas homogeneidades estruturais e geotécnicas. Na Figura 5 (a), apresenta-se os resultados da comparação entre os valores de RMR₈₉ (Bieniawski, 1989) que apresenta um valor entre na faixa de 60 a 75 da qualidade do maciço rochoso, e a média de RQD (Deere, 1964), que é maior que 80%.

Com relação à Figura 5 (b), são apresentados os valores compilados a partir dos dados de sondagens e mapeamento geotécnico para correlacionar os valores de resistência à compressão, onde a maioria dos valores se encontra entre os ratings de R4, que está na faixa de 50 – 100 MPa, e R5, que se encontra na faixa de 100 - 250 MPa, conforme atribuído por Bieniawski (1989) e confirmado nos ensaios de resistência à compressão simples.

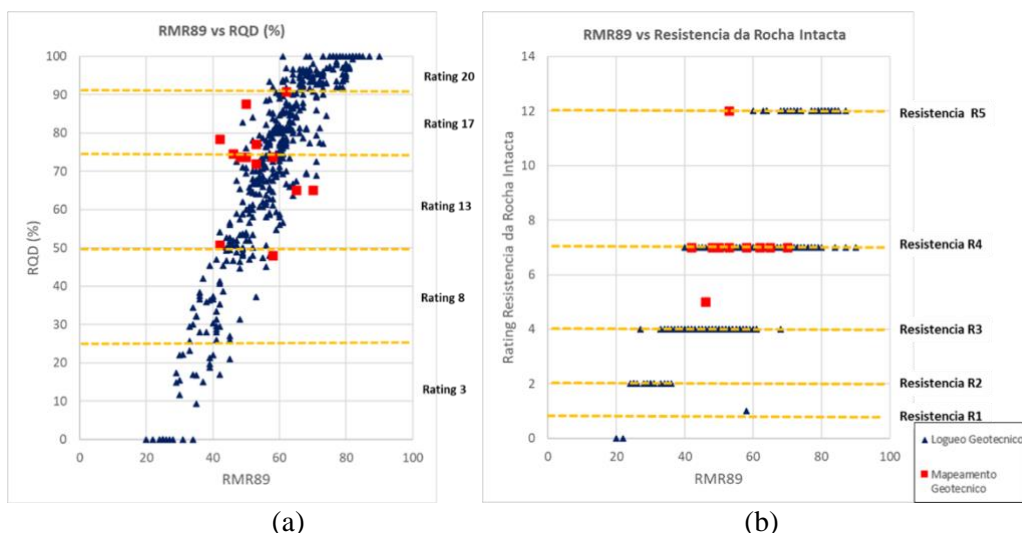


Figura 5. (a) Relação entre RQD (%) e RMR₈₉ a partir dos dados de sondagens e mapeamento. (b) Relação direta entre os valores de RMR₈₉ e valores de resistência da rocha.

5.2 Preenchimento e rugosidade das discontinuidades

A partir dos dados de mapeamento geotécnico se encontra um preenchimento do tipo quartzito, onde foi realizada uma análise estatística para determinar as características de preenchimento e rugosidade. Na Figura 6 (a), apresenta-se a análise estatística dos valores de rugosidade, onde 72% são classificados como parâmetros G3 (ligeiramente rugosos). Na Figura 6 (b), são apresentados os valores de preenchimento das discontinuidades, dos quais 49% são classificados como parâmetros F1 (preenchimento duro).

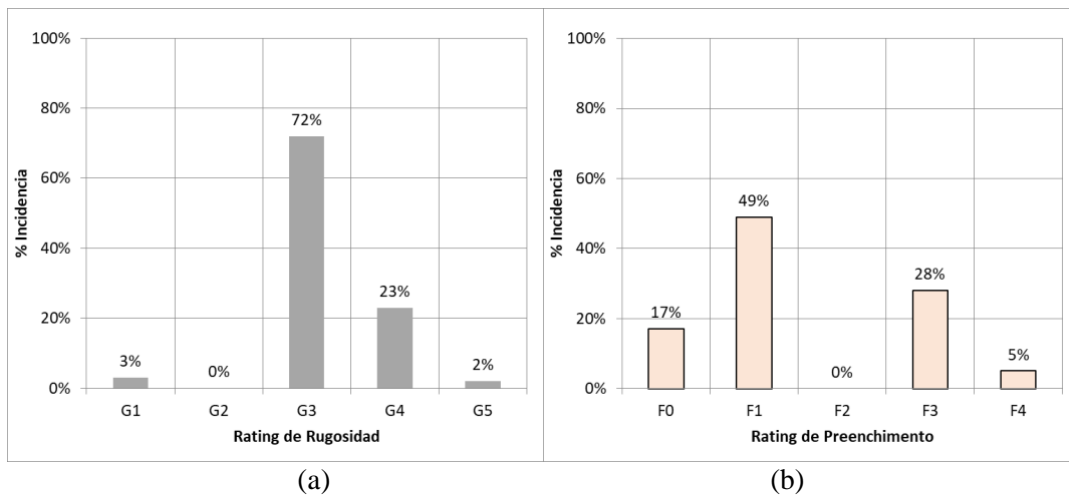


Figura 6. (a) Análises estadístico das características de rugosidade (b) Análises estadístico das características de preenchimento

Além disso, foi determinado as principais famílias de descontinuidade que são subparalelas às escavações subterrâneas, no sentido paralelo da direção de mineração. Na Figura 7 (a), é apresentado um estereograma indicando as quatro principais famílias de descontinuidades.

Tabela 4. Resumo das principais famílias de descontinuidade

Famílias de descontinuidade	Mergulho (°)	Direção de mergulho (°)
Família 1	63	29
Família 2	53	329
Família 3	47	213
Família 4	82	186

Na Figura 7 (b), são apresentadas as descontinuidades que são representadas no estereograma, assim apresenta mesma direção do túnel.

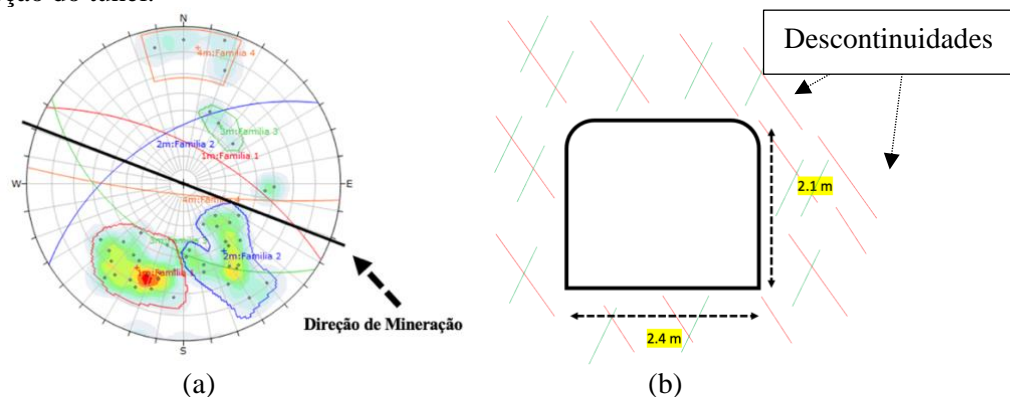


Figura 7. (a) Famílias de descontinuidades principais (b) Secção transversal do túnel e famílias com mesma direção do túnel

5.3 Estado de tensões in situ e calibração das orientações

Com base nos 48 dados de mapeamento estrutural, determinaram-se as orientações das zonas de descontinuidades em cada uma das paredes de descontinuidades utilizando o método de Anderson (1951) e identificando espelhos de falhas com alinhamento de estrias paralelas às fraturas. Os resultados da análise indicam um regime tectônico onde σ_1 é vertical e, conseqüentemente, σ_2 e σ_3 são horizontais; e valor de $K_{m\acute{a}x}$ de 0,7. Na Tabela 5, são apresentadas as orientações das tensões principais.

Tabela 5. Estado das tensões In-situ

Tensão principal	Mergulho (°)	Direção de mergulho (°)	$K_{m\acute{a}x}$
σ_1	75	0	0,7
σ_2	0	120	-
σ_3	0	35	-

6 EVENTOS SÍSMICOS IMPORTANTES DA MINA SUBTERRANEA

Com relação ao estudo de análises de *rockburst*, foram compilados os eventos que causaram danos significativos, afetando o ciclo de produção na mina. Na Figura 8, apresentam-se as localizações dos principais eventos sísmicos:

- By 8707 W - Nv. 516, localizado a uma profundidade de 870 m da superfície.
- By 8596 E - Nv. 470, localizado a uma profundidade de 900 m da superfície.

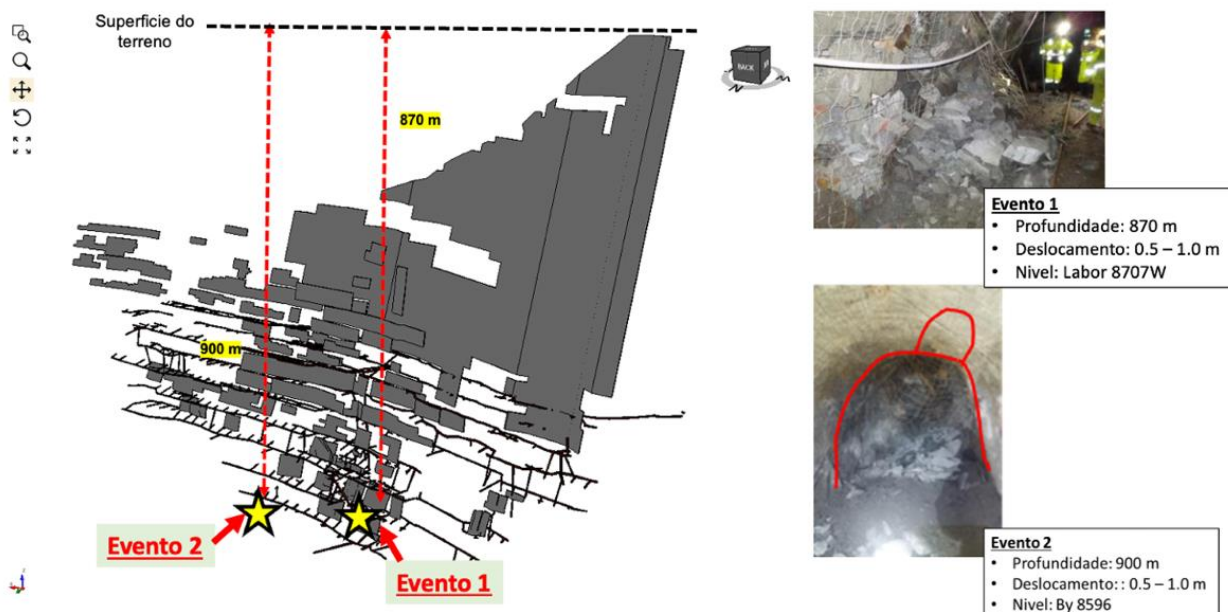


Figura 8. Localizações dos eventos sísmicos importantes na mina subterrânea

7 RETRO ANÁLISES MEDIANTE MODELAGEM NUMÉRICA FEM-DEM

7.1 Discretização e parâmetros da modelagem numérica do maciço rochoso e descontinuidades

Com relação aos eventos de *rockburst* em escavações subterrâneas, que apresentavam uma configuração geométrica de 2,1 x 2,4 m, foram definidos diferentes subdomínios, conforme mostrado na Figura 9 (a). No primeiro subdomínio, A, detalhou-se a discretização no interior do túnel; para o domínio B, no contorno da escavação, utilizou-se uma malha mais precisa de 10 cm para observar o processo de fraturamento crítico no contorno da escavação. No caso do Subdomínio C, foi utilizado um tamanho de malha de 0,5 m; e por último, o subdomínio D foi discretizado com tamanho de 1,5 m, mais distante da zona de *rockburst*.

No caso da Figura 9 (b) se detalha discretização com tamanho de 3 cm no contorno da escavação subterrânea, enquanto as descontinuidades possuam tamanhos de discretização de 10 cm.

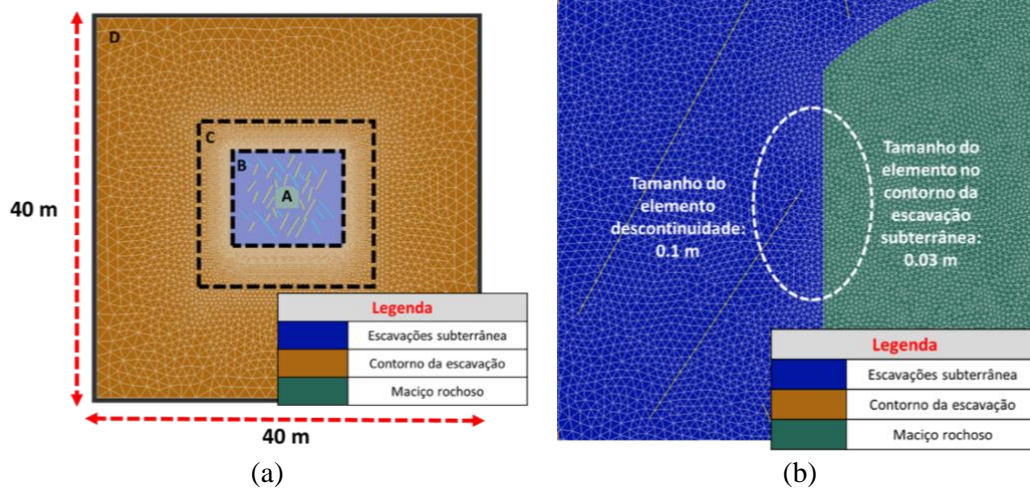


Figura 9. (a) Subdomínios da modelagem numérica (b) Discretização no contorno da escavação By 8707 W

Na Tabela 6, apresenta-se as propriedades do maciço rochoso e descontinuidades no modelo FEM/DEM, a partir de ensaios de laboratório, assim como as propriedades de tenacidade da rocha que foram obtidas de investigações de rocha de granodiorito como Vazaios (2018), Salinas (2018) e Peçanha (2024).

Tabela 6. Propriedades do modelo numérico para rocha intacta e descontinuidades

Rocha intacta			Descontinuidades com preenchimento		
Parâmetro	Unidade	Parâmetro numérico	Parâmetros	Unidade	Parâmetro numérico
Modulo de Young	Pa	$2,2 \cdot 10^{10}$	Coefficiente de atrito	-	0,7
Poisson	-	0,14	Resistência à tração	Pa	$1,0 \cdot 10^6$
Penalidade de contato normal (pn)	Pa/m	$6,5 \cdot 10^{11}$	Coesão	Pa	$1,4 \cdot 10^6$
Contato tangencial normal (pr)	Pa/m	$6,5 \cdot 10^{11}$	Penalidade de contato normal (pn)	Pa	$5,0 \cdot 10^{11}$
Penalidade por fratura (pr)	Pa	$6,5 \cdot 10^{11}$	Contato tangencial normal (pr)	Pa/m	$6,5 \cdot 10^{11}$
Coefficiente de atrito	-	1,2	Penalidade por fratura (pr)	Pa	$6,5 \cdot 10^{11}$
Coesão	Pa	$1,2 \cdot 10^7$	Energia da fratura - Modo I**	N/m	150
Resistência à tração	Pa	$1,0 \cdot 10^7$	Energia da fratura - Modo II**	N/m	950
Energia da fratura - Modo I**	N/m	58	-	-	-
Energia da fratura - Modo II**	N/m	580	-	-	-

* Modelling of Hard Rockmasses with Non-Persistent Joints to Assess the Stress Induced Damage of Deep Excavations (Vazaios, e.t. 2018)

** Estudo experimental para determinação da tenacidade à fratura ao Modo II (KIIC) através de ensaios DNBD (Peçanha, V. S., e.t. 2024)

7.2 Eventos de rockburst e quantificação de energia cinética

7.2.1 Resultados do modelo numérico FEM/DEM

O primeiro evento sísmico ocorreu no túnel de extração By 8707W, a uma profundidade de 870 m de superfície. A litologia foi granodiorito, apresentando fraturamento regular e planos de descontinuidades na mesma direção do túnel de extração. Na Figura 10 (a), apresenta-se uma espessura de dano de 0,60 m ocorridos na parede esquerda do túnel. Na Figura 10 (b), é apresentada a modelagem numérica com 3'000,000 de

iterações a partir dos parâmetros mencionados anteriormente, visando calibrar o modelo numérico com o ocorrido na mina subterrânea.



Figura 10. (a) Dano na parede ao momento de rockburst. (b) Evento com modelagem numérica

O segundo evento ocorreu no túnel de extração By 8596E, a uma profundidade de 900 metros da superfície, onde a litologia é granodiorito e o maciço rochoso apresenta um fraturamento regular e planos de descontinuidade subparalelos à direção da escavação subterrânea, como se apresenta na Figura 11 (a). Na configuração das descontinuidades, formam-se cunhas no teto direito da escavação como mostrada na Figura 11 (b), com discretização de 10 cm nas descontinuidades e no contorno da escavação subterrânea, com discretização de 3 cm.

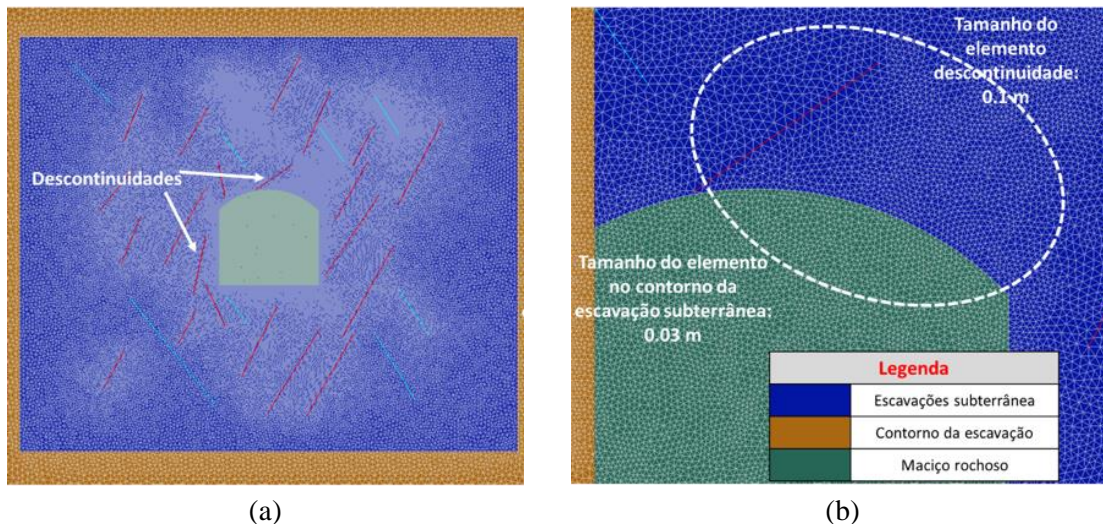


Figura 11. (a) Discretização do túnel e descontinuidades (b) Detalhe da discretização no teto direito

O evento de *rockburst* gerou desprendimento dos blocos de rochas no teto superior direita com uma profundidade de 0,5 m, como apresenta-se na Figura 12 (a). A partir de aquele evento, foi realizado um segundo retro análises com 3'000,000 de iterações, de maneira de alcançar uma espessura de dano semelhante ao que ocorreu como se apresenta na Figura 12 (b) e permitindo assim ajustar os parâmetros numéricos do modelo FEM/DEM.

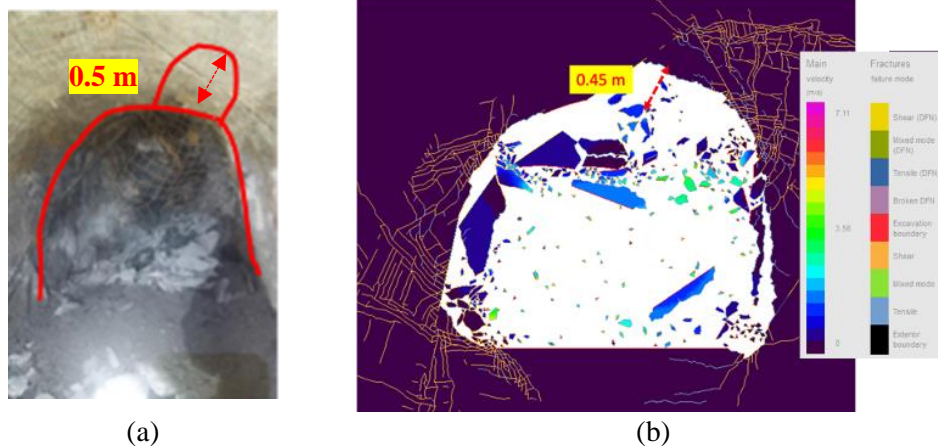


Figura 12. (a) Dano na parede ao momento de *rockburst*. (b) Evento com modelagem numérica no teto superior direito

7.2.2 Cálculo da energia cinética dos eventos sísmicos

No cálculo da energia cinética e as velocidades de ejeção, foram calculados os valores de velocidade para cada elemento ejetado “ v_i ” multiplicados com valores de massa “ m_i ” (Ver equação 1), de maneira de determinar o valor total de energia cinética unitário e determinar o valor total de cada evento de *rockburst*.

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n m_i * v_i^2 \quad (1)$$

No caso do primeiro evento, a energia cinética foi de 4,72 KJ/m², com uma velocidade média de ejeção de 2,63 m/s. No segundo evento, a energia cinética foi de 16,2 KJ/m², com uma velocidade média de ejeção de 3,26 m/s. Na Tabela 7, é apresentado o valor total de energia para cada modelo numérico de retro análise.

Tabela 7. Cálculo de energia cinética de ejeção da modelagem numérica

Evento <i>rockburst</i>	Número de Elementos	Nº Blocos	ΣÁreas elementos (m ²)	ΣMassa elementos (kgr/m ²)	Velocidade média (m/seg.)	ΣEnergía cinética (kJ/m ²)
By 8707W Nv. 516 (Evento 1)	112020	1	0.145	405.7	1.59	0.513
		2	0.028	77.6	1.59	0.098
		3	0.018	50.4	1.59	0.064
		4	0.136	379.7	2.46	1.149
		5	0.032	88.8	2.46	0.269
		6	0.075	211.1	2.46	0.639
		7	0.014	38.6	4.26	0.351
		8	0.010	28.3	4.82	0.329
		9	0.010	28.8	1.6	0.037
		10	0.041	114.8	4.6	1.215
					2.63	4.72
By 8596E Nv. 470 (Evento 2)	111484	1	0.28	785.7	1.7	1.16
		2	0.09	246.4	4.8	2.86
		3	0.23	638.4	2.5	2.06
		4	0.10	277.2	7.1	7.01
		5	0.01	15.7	3.6	0.10
		6	0.22	609.6	2.5	1.86
		7	0.12	336.6	1.9	0.61
		8	0.11	294.6	1.9	0.53
					3.26	16.2

8 CURVAS DE VELOCIDADES DE EJEÇÃO EM FUNÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DESCONTINUIDADES

A partir das condições das descontinuidades de preenchimento e rugosidade (Ver item 7.1), foi possível desenvolver um gráfico próprio da mina do qual se pode determinar a profundidade de espessura de dano em futuros eventos sísmicos, levando em consideração a energia cinética através de uma análise de sensibilidade em função das características de preenchimento de descontinuidades.

Para isso, foram estabelecidos diferentes cenários com base nas características do coeficiente de ângulo de atrito, onde os valores são 0.4, 0.5 e 0.6; e foram determinados os valores de velocidades média e energia cinética de cada cenário. Na Tabela 8, é apresentado o resumo dos valores de energia cinética para diferentes coeficientes de ângulo de atrito.

Tabela 8. Energia de velocidade de ejeção para diferentes coeficientes de ângulo de atrito

Espessura de dano (m)	Coefficiente de ângulo de atrito	Σ Áreas elementos (m ²)	Σ Massa elementos (kgr/m ²)	Velocidades média (m/seg)	Σ Energia cinética (kJ/m ²)
0.80	0.4	0.8	2265.8	5.30	17.6
		0.6	1624.6	6.20	34.7
		0.9	2562.2	4.53	8.9
0.70	0.5	0.7	1841.0	4.70	15.3
		1.3	3704.1	5.83	30.4
		1.1	1510.8	5.31	27.3
0.50	0.6	1.2	3267.3	3.26	16.2
		0.9	2282.2	3.04	5.7
		0.8	2429.0	2.76	6.8
		0.9	1889.7	2.80	6.1

Na Figura 13, apresenta-se as curvas de velocidades de ejeção e energia cinética para diferentes valores de coeficientes de ângulo de atrito.

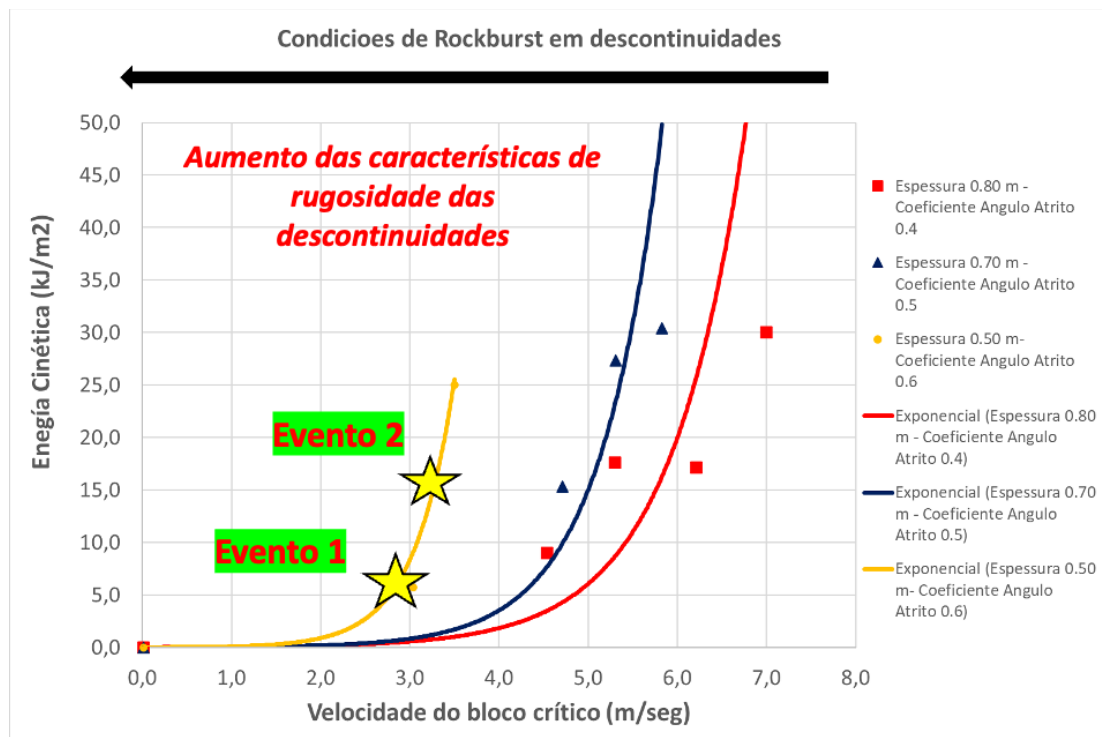


Figura 13. Relação entre velocidades de ejeção e energia cinética em função da espessura de dano

9 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O uso do modelo numérico FEM/DEM permitiu determinar os valores da energia cinética dos eventos sísmicos mais importantes na mina subterrânea. O primeiro evento apresenta uma energia de 4,72 KJ/m² e o segundo de 16,2 KJ/m². Além disso, detalha-se a importância das condições de preenchimento do quartzito, que são um causador de rockburst na mina subterrânea Orex. Por último, realizou-se uma análise de sensibilidade mediante modelagem numérica, utilizando uma tabela empírica de velocidades de ejeção e espessura de dano, em função das características próprias das descontinuidades. Recomenda-se complementar esta análise com ensaios de laboratório de mecânica das rochas e realizar análises de sensibilidade em função dos parâmetros de energia de fratura e ensaios de propagação da fratura do tipo I e II, devido ao fato de serem indicadores iniciais da propagação da rotura em eventos de rockburst, além disso como parâmetros no modelo numérico.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos a empresa mineradora Orex S.A. por outorgar os dados mecânica de rochas para desenvolver o tema de dissertação. Por último, o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, E. (1951). *The Dynamics of Faulting* (2nd Edition). Edinburgh: Oliver & Boyd.
- Bieniawski, Z. (1989). *Engineering Rock Mass Classifications: a complete manual for engineers and geologists in mining, civil and petroleum engineering*. United States: Wiley & Sons.
- Cai, M., & Kaiser, P. (2018). *Rockburst Support Reference Book - Volume I: Rockburst phenomenon and support characteristics*. Sudbury, Ontario, Canada: MIRARCO - Mining Innovation, Laurentian University.
- Camones, L. A. M. (2015) *Simulação Numérica do Processo de Propagação de Fraturas em Materiais Rochosos em Condições de Acoplamento Fluidomecânico*. Rio de Janeiro. 139p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.
- Deere, D. (1962). *Technical Description of Rock Cores for Engineering Purposes*. University of Illinois.
- Deere, D. U. (1968). *Geologic Considerations*. En K. G. Stagg, & O. C. Zienkiewicz (Edits.), *Rock Mechanics in Engineering Practice* (págs. 1-20). New York, USA: J. Wiley.
- Evert, H., & Brown E.T.. (2018). *The Hoek-Brown failure criterion and GSI - 2018 edition*. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 19.
- Feng, X.-T. (2018). *Rockburst: Mechanics, Monitoring, Warning and Mitigation*. Elsevier.
- Geomechanica Inc. (2021). *Irazu 2D Geomechanical Simulation Software. V.5.0 Tutorial Manual*.
- Griffith, A. (1921). *The phenomena of rupture and flow in solids*. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 221:163-98.
- Guo, N. (2014). *A coupled FEM/DEM approach for hierarchical multiscale modelling of granular media*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 99, Pag. 789-818
- Hudyma, M., Heal, D. & Potvin, Y. (2003) *Evaluating Rockburst Damage Potential in Underground Mining*. American Rock Mechanics Association (ARMA), The 41st U.S. Symposium of Rock Mechanics. Golden, Colorado, June 17-21, 2006.
- Lisjak A., Garitte, B., Grasselli, G., Müller, H., & Vietor, T. (2015). *The excavation of a circular tunnel in a bedded argillaceous rock (Opalinus Clay): short-term rock mass response and FDEM numerical analysis*. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 45:227-48.
- Lisjak, A. (2013). *Investigation the influence of mechanical anisotropy on the fracturing behaviour of brittle clay shales with application to deep geological repositories*. Toronto, Canada: PhD Thesis.
- Lisjak, A., Kaifosh, P., He, L., Tatone, B., Mahabadi, O., & Grasselli, G. (2017). *A 2D, fully-coupled, hydro-mechanical, FDEM formulation for modelling fracturing processes in discontinuous, porous rock masses*. *Computers and Geotechnics*, 81:1-18.
- Lisjak, A., Tatone, B., Mahabadi, O., Grasselli, G., Marschall, P., Lanyon, G., Nussbaum, C. (2016). *Hybrid finite-discrete element simulation of the EDZ formation and mechanical sealing process around a microtunnel in Opalinus Clay*. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(5):1849 - 73.

- Peçanha, V. S. (2024) Estudo experimental para determinação da tenacidade à fratura ao Modo II (KIIC) através de ensaios DNBD. Msc tese , PUC-Rio.
- Oliveira, D. (2020). Implementacao de um código numérico tridimensional para simulacao de processos de fraturamento em rochas. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.
- Salinas, E. (2018) Análisis de Propiedades Geotécnicas de Algunas rocas comunes en Chile. 78 p. Memoria para obter título de geólogo – Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas – Departamento de Geología, U. de Chile.
- Vazaios, I., Diederichs, M., & Vlachopoulos, N. (2018). Assessment of strain bursting in deep tunnelling by using the finite-discrete element method. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. Volume 11, Pag 12-37